

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu sistem konstruksi ringan yang mempunyai kemampuan besar, yaitu berupa suatu Rangka Batang. Rangka batang merupakan suatu konstruksi yang terdiri dari sejumlah batang-batang yang disambung satu dengan yang lain pada kedua ujungnya, sehingga membentuk satu kesatuan struktur yang kokoh. Bentuk rangka batang dapat bermacam-macam sesuai dengan fungsi dan konstruksi, seperti konstruksi untuk jembatan, rangka untuk atap, papan reklame, menara, dan sesuai pula dengan bahan yang digunakan, seperti baja atau kayu. Pada konstruksi berat, batang konstruksi dibuat dari bahan baja, yakni batang baja yang disebut baja profil, seperti baja siku, baja kanal, baja C, baja I, dan baja profil lainnya. Rangka konstruksi berat yang dimaksud di atas adalah jembatan, rangka bangunan pabrik, menara yang tinggi dan sebagainya.

Ada beberapa cara struktural agar kekakuan vertikal struktur meningkat. Penambahan beberapa elemen struktur penahan geser dapat digunakan untuk meningkatkan kekakuan struktur yang secara otomatis mengurangi pengaruh gaya lateral yang terjadi dapat dilakukan dengan beberapa cara diantaranya dengan menambahkan elemen struktur diagonal (bresing), dinding geser, atau dengan mengubah hubungan antara elemen struktur. Diantara beberapa cara perkuatan struktur eksisting, bresing efektif digunakan dalam menahan deformasi yang mungkin terjadi. Dengan penambahan bresing maka tingkat daktilitas struktur dapat berubah menjadi lebih baik jika dibandingkan tanpa adanya bresing. Penggunaan bresing sebagai perkuatan struktur perlu diatur sedemikian rupa sehingga dapat efektif dan tidak mengganggu dari segi arsitektural.

Banyak pula dijumpai konstruksi rangka batang yang dibuat dari bahan kayu, baik berupa balok maupun papan. Konstruksi rangka kayu ini banyak dimanfaatkan untuk kuda-kuda rangka atap, atau konstruksi yang terlindung. Batang-batang pada konstruksi rangka baja biasanya disambung satu dengan yang lain dengan menggunakan las, paku keling atau baut. Sedangkan pada konstruksi rangka kayu lazimnya sambungan itu dilakukan dengan baut atau paku. Sambungan-sambungan ini disebut simpul. Berdasarkan anggapan tersebut, maka batang-batang pada rangka batang bersifat seperti tumpuan pendel, sehingga padanya hanya timbul gaya aksial saja. Hal itu akan terjadi apabila gaya-gaya itu menangkap pada simpul. Dengan demikian

suatu konstruksi rangka batang jika dibebani gaya pada simpul akan hanya mengalami Gaya Normal, yang selanjutnya disebut Gaya Batang. Gaya batang ini bersifat tarik atau desak.

Untuk itu pada Tugas Akhir ini penulis akan membahas perhitungan deformasi pada struktur. Pada Tugas Akhir ini penulis menggunakan metode matriks untuk membantu dalam menghitung gaya-gaya yang terjadi serta dapat menganalisis bagaimana hubungan dari pada deformasi terhadap penambahan bresing pada rangka batang.

1.2 Maksud dan Tujuan

1. Maksud

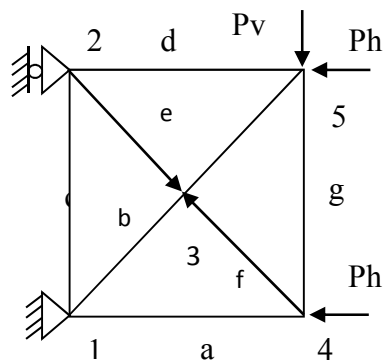
Maksud dari tugas akhir ini adalah untuk menghitung deformasi elemen rangka batang dengan metode matriks kekakuan yang dibantu dengan *microsoft excel*.

2. Tujuan

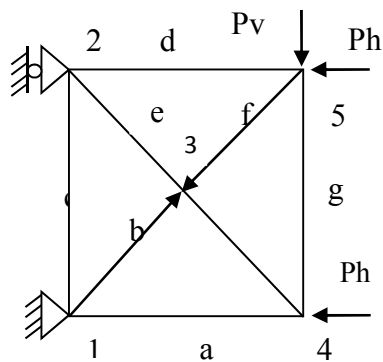
Tujuan dari tugas akhir ini membandingkan deformasi yang terjadi pada tiga bentuk struktur dengan variasi beban yang sama.

1.3 Rumusan Masalah

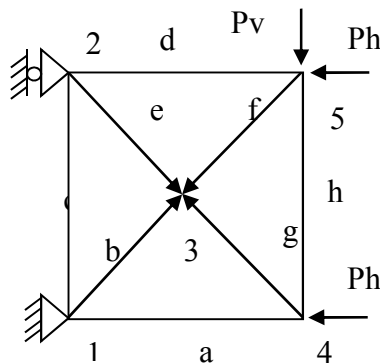
Berdasarkan latar belakang diatas penulis merumuskan masalah dalam tugas akhir ini adalah menghitung seberapa besar deformasi yang terjadi pada rangka batang seperti terlihat pada gambar 1.1, 1.2, dan 1.3.



Gambar 1.1 Rangka batang bresing diagonal naik dari simpul (1-5)



Gambar 1.2 Rangka batang bresing diagonal turun dari simpul (2-4)



Gambar 1.3 Rangka batang bresing X simpul dititik 3

1.4 Batasan Masalah

Untuk membatasi ruang lingkup permasalahan yang ditinjau agar tidak terlalu luas, maka diambil beberapa batasan masalah sebagai berikut :

1. Analisa dilakukan pada 3 bentuk rangka batang yang berbeda dan letak beban P_v berbeda dan P_h sama.
2. Rangka batang diletakkan pada dua perletakkan yaitu sendi-sendiri dan sendi-rol.
3. Variabel Yang Tetap :
 - Profil baja rangka utama $\text{—} \perp \text{—} 70.70.7$
 - Profil baja bresing $\text{—} \perp \text{—} 30.30.3$
 - Mutu baja (Bj.41)
 - Modulus Elastisitas ($E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 200 \text{ KN/mm}^2$)

- Tinggi ($h = 800 \text{ mm}$)
- Panjang batang ($\lambda = 600 \text{ mm}$)
- Beban horizontal ($P_h = -50 \text{ KN}$)
- Beban vertikal ($P_v = -25 \text{ KN}$)

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini bertujuan untuk memberikan gambaran secara garis besar isi setiap bab yang akan dibahas pada tugas akhir ini. Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang dan perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, dan sistematika penulisan. Secara umum, bab ini memberikan gambaran mengenai penyusunan tugas akhir ini.

BAB II LANDASAN TEORI

Berisi uraian dasar mengenai dasar-dasar teori mengenai rangka batang seperti desain dan analisis rangka batang. Dalam bab ini juga dibahas tentang teori metode matriks kekakuan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Dalam penulisan tugas akhir ini, studi literatur hanya meliputi analisis struktur rangka batang, dengan membandingkan bagaimana hubungan deformasi dengan bresing terhadap kekakuan struktur.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi perhitungan untuk mencari deformasi pada struktur rangka batang dengan metode matriks kekakuan.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan dikemukakan kesimpulan dari penelitian yang telah dilaksanakan beserta saran yang dapat digunakan sebagai dasar perencanaan rangka batang.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Defenisi Struktur

Secara sederhana struktur bangunan dapat didefenisikan sebagai sarana untuk menyalurkan beban akibat kehadiran suatu bangunan ke dalam tanah. Struktur bangunan juga

dapat didefinisikan sebagai suatu sekumpulan objek yang mempunyai karakteristik sama yang dihubungkan satu sama lain dengan cara tertentu agar seluruh struktur mampu berfungsi secara keseluruhan dalam memikul beban, baik yang beraksi secara horizontal maupun vertikal ke dalam tanah. (Daniel L. Schodek, 1998)

2.2 Perkembangan Struktur Batang

Rangka batang merupakan salah satu komponen penting yang dimiliki oleh struktur selain pondasi, kolom, balok dan lain-lain. Pada tahun 1518-1580, seorang arsitek bernama Andrea Palladio yang berasal dari Italia, memberikan gambaran mengenai struktur rangka batang dengan rangkaian pola segitiga yang benar dan mengetahui bagaimana cara struktur tersebut memikul beban. Setelah itu, rangka batang mulai digunakan pada konstruksi besar, misalnya gedung-gedung bangunan. Akan tetapi, hal ini tidak memberikan pengaruh apapun pada inovasi struktur. Para ahli jembatan pada abad ke Sembilan belaslah yang mulai secara sistematis mempelajari dan bereksperimen dengan potensi rangka batang, hal ini dilakukan karena meningkatnya kebutuhan transportasi pada saat itu.

2.3 Prinsip – Prinsip Umum Rangka Batang

2.3.1 Prinsip Dasar Pembentukan Segitiga

Prinsip utama yang mendasari penggunaan rangka batang sebagai struktur pemikul beban adalah penyusunan elemen menjadi konfigurasi segitiga yang menghasilkan bentuk stabil (Daniel L. Schodek, 1999).

Pada struktur stabil, sudut yang terbentuk antara dua batang tidak akan berubah apabila dibebani. Hal ini berbeda dengan mekanisme yang terjadi pada bentuk struktur yang tidak stabil, dimana sudut antara dua batangnya akan berubah sangat besar apabila dibebani.

Bila susunan segitiga dari batang-batang adalah bentuk stabil, maka sembarang susunan segitiga juga membentuk struktur stabil dan kokoh. Bentuk kaku yang lebih besar untuk sembarang geometri dapat dibuat dengan memperbesar segitiga-segitiga itu. Pada struktur stabil, gaya eksternal menyebabkan timbulnya gaya pada batang-batang. Gaya-gaya tersebut adalah gaya tarik dan tekan. (Daniel L. Schodek, 1998)

Efek beban eksternal menyebabkan keadaan tarik atau tekan pada setiap batang. Untuk rangka batang yang hanya memikul beban vertikal, pada batang tepi atas umumnya timbul gaya

tekan dan pada tepi bawah timbul gaya tarik. Gaya tarik atau tekan ini dapat timbul pada setiap batang, dan mungkin saja terjadi pola yang berganti-ganti antara tarik dan tekan. Rangka batang hanya dibebani dengan beban-beban terpusat yang bekerja pada titik-titik hubung agar batang-batangnya mengalami gaya tarik atau tekan. Apabila beban bekerja langsung pada batang, maka akan timbul pula tegangan lentur pada batang tersebut, selain juga tegangan tarik atau tekan. Hal ini berakibat desain batang menjadi rumit dan efisiensi menyeluruh pada rangka batang berkurang.

2.3.2 Analisa Rangka Batang

2.3.2.1 Stabilitas

Tahap awal pada analisis rangka batang adalah menentukan apakah rangka batang itu mempunyai konfigurasi yang stabil atau tidak. Secara umum, setiap rangka batang yang merupakan susunan bentuk dasar segitiga merupakan struktur yang stabil. Pola susunan batang yang tidak segitiga, umumnya kurang stabil yang akan runtuh apabila dibebani, karena rangka batang ini tidak mempunyai jumlah batang yang mencukupi untuk mempertahankan hubungan geometri yang tetap antara titik-titik hubungannya.

Pada suatu rangka batang, kita dapat menggunakan batang melebihi jumlah minimum yang diperlukan untuk kestabilan. Penting untuk mengetahui apakah konfigurasi batang stabil atau tidak stabil. Keruntuhan akan terjadi apabila struktur tak stabil dibebani. Persyaratan yang harus dipenuhi untuk kestabilan rangka batang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$n = 2J - R$$

Dimana: J = Jumlah simpul

n = Jumlah batang

R = Jumlah komponen reaksi, RAV, RAH, RBV,

Sebelumnya telah dikatakan bahwa struktur rangka batang pada umumnya memiliki tumpuan berupa sendi dan rol. Tumpuan rol hanya memberikan reaksi arah vertikal, sehingga dapat terjadi perpindahan dalam arah horizontal. Tumpuan sendi mampu memberikan reaksi dalam arah horizontal dan vertikal. Sehingga terdapat 3 komponen reaksi dukungan. Berdasarkan hal tersebut, kestabilan rangka batang dapat ditulis :

$$n = 2J - 3$$

2.3.2.2 Gaya Batang

Prinsip dasar dalam menganalisis gaya batang adalah bahwa setiap struktur atau setiap bagian dari setiap struktur harus berada dalam kondisi seimbang. Gaya-gaya batang yang bekerja pada titik hubung rangka batang pada semua bagian struktur harus berada dalam keseimbangan. Prinsip ini merupakan kunci utama dari analisis rangka batang. (Dian Ariestadi, 2008).

2.3.2.3 Metode Analisis Rangka Batang

Untuk menyelesaikan perhitungan konstruksi rangka batang, umumnya dapat diselesaikan dengan beberapa metode sebagai berikut:

a. Cara Grafis

- Metode cremona

Metode cremona adalah metode grafis dimana dalam penyelesaiannya menggunakan alat tulis dan penggaris siku (segitiga). Luigi Cremona (Italia) adalah orang yang pertama menguraikan diagram cremona tersebut. Pada metode ini, skala gambar sangat berpengaruh terhadap besarnya kekuatan batang karena kalau gambarnya terlalu kecil akan sulit pengamatannya.

b. Cara Analitis

- Metode keseimbangan titik buhul

Pada analisis rangka batang dengan metode titik hubung (joint), rangkabatang dianggap sebagai gabungan batang dan titik hubung. Gaya batang diperoleh dengan meninjau keseimbangan titik-titik hubung. Setiap titik hubung harus berada dalam keseimbangan, sehingga untuk menghitung gaya-gaya yang belum diketahui digunakan $\Sigma H = 0$ dan $\Sigma V = 0$.

- Metode keseimbangan potongan (ritter)

Metode keseimbangan potongan (ritter) adalah metode yang mencari gaya batang dengan potongan atau irisan analitis. Metode ini umumnya hanya memotong tiga batang mengingat hanya ada tiga persamaan statika saja, yaitu: $\Sigma M = 0$, $\Sigma H = 0$, dan $\Sigma V = 0$. Perbedaan metode ritter dengan metode keseimbangan titik buhul adalah dalam peninjauan keseimbangan rotasionalnya. Metode keseimbangan titik buhul, biasanya digunakan apabila ingin mengetahui semua gaya batang. Sedangkan metode potongan biasanya digunakan apabila ingin mengetahui hanya sejumlah terbatas gaya batang (Dian Ariestadi, 2008).

- Gaya Geser dan Momen pada Rangka Batang

Metode ini merupakan cara khusus untuk meninjau bagaimanarangka batang memikul beban yang melibatkan gaya dan momen eksternal, serta gaya dan momen tahanan internal pada rangkabatang. Agar keseimbangan vertikal potongan struktur dapat dijamin, maka gaya geser eksternal harus diimbangi dengan gaya geser tahanan total atau gaya geser tahanan internal (V_R), yang besarnya sama tapi arahnya berlawanan dengan gaya geser eksternal. Efek rotasi total dari gaya internal tersebut juga harus diimbangi dengan momen tahanan internal (M_R) yang besarnya sama dan berlawanan arah dengan momen lentur eksternal. Sehingga memenuhi syarat keseimbangan, dimana :

$$M_E = M_R \text{ atau } M_E - M_R = 0$$

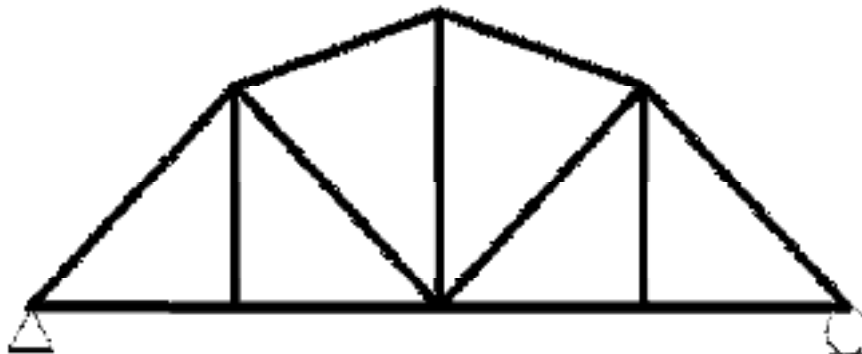
Akan tetapi, metode matriks kekakuan mulai sering digunakan dalam analisa perhitungan struktur rangka batang, karena metode ini memiliki ketelitian yang tinggi.

2.4 Pemodelan Struktur Rangka Batang

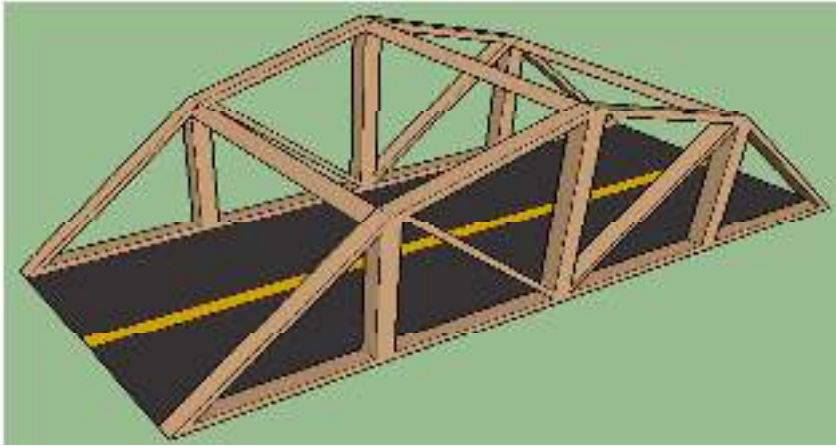
Secara umum dalam analisis struktur rangka batang dikenal beberapa tipe struktur sebagai berikut:

- a. Rangka bidang (*plane truss*);
- b. Rangka ruang (*space truss*);
- c. Portal bidang (*plane frame*)
- d. Portal ruang (*space frame*);
- e. Balok silang (*grid*);

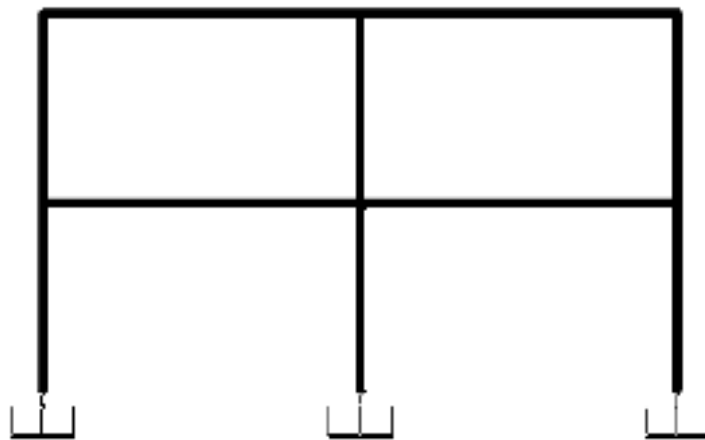
Seperti ditunjukkan pada gambar 2.1 - 2.5 di bawah.



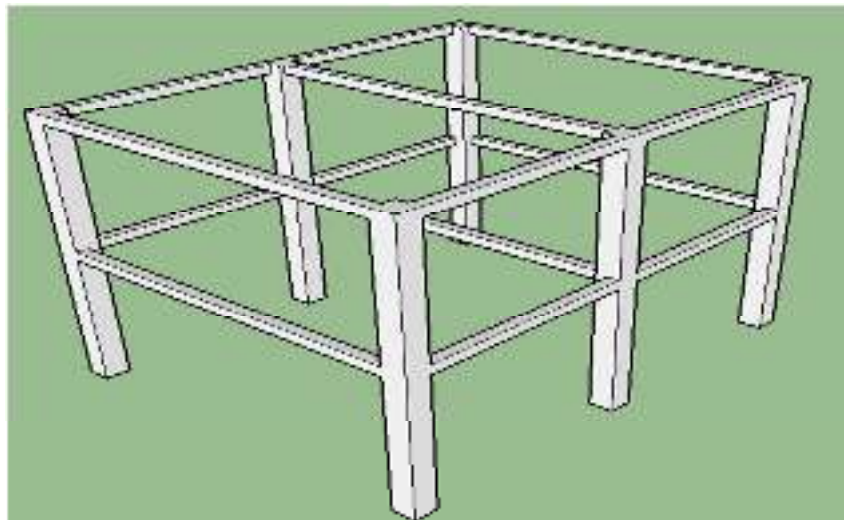
Gambar 2.1 struktur rangka bidang (*plane truss*)



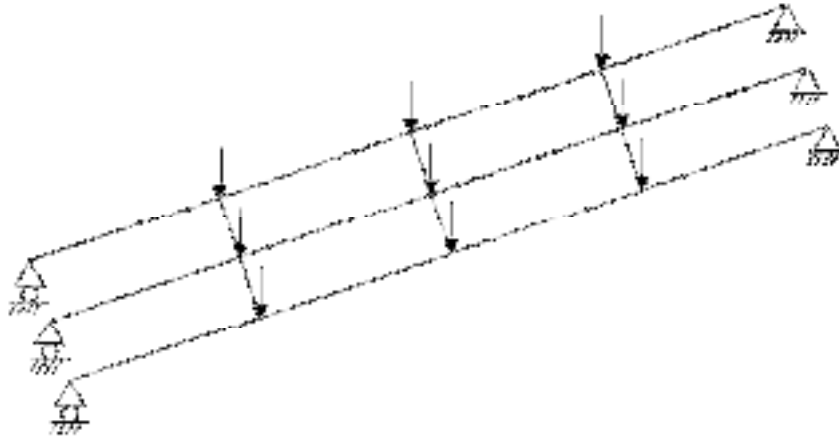
Gambar 2.2 struktur rangka ruang (*space truss*)



Gambar 2.3 struktur portal bidang (*plane frame*)



Gambar 2.4 Struktur portal ruang (*space frame*)



Gambar 2.5 Struktur balok silang (*grid*)

2.5 Metode matriks kekakuan

Metode kekakuan (yang dikenal juga sebagai metode perpindahan) adalah metode yang dipakai dalam analisa struktur dengan matriks. Kelebihan dari metode ini adalah mudah diprogram pada komputer. Perkembangan yang pesat dalam bidang komputer menyebabkan analisis struktur yang mengacu pada metode matriks kekakuan menjadi populer dan dapat dilakukan menggunakan bantuan komputer. Hal ini dikarenakan langkah– langkah analisis pada metode matriks kekakuan sangat sistematis dan terpolat sehingga mudah diprogram komputer. Dengan metode matriks kekakuan, analisis struktur yang kompleks dapat dilakukan dengan mudah dan cepat jika menggunakan bantuan komputer.

Dalam metode matriks kekakuan, beberapa hal perlu diketahui sebelum analisis struktur dilakukan. Sifat-sifat bahan yang menyatakan hubungan antara tegangan dan deformasi perlu diketahui. Apabila bahan bersifat elastik maka hukum hooke dapat digunakan. Hubungan antara tegangan dan deformasi ini umumnya dinyatakan dalam arah sumbu batang, yang biasa dikenal sebagai sumbu lokal. Dalam metode matriks kekakuan hubungan ini dinyatakan pada titik-titik pada ujung batang yang ditinjau. Hubungan antara tegangan atau gaya internal batang dengan deformasi menunjukkan kekakuan suatu batang tertentu.

Prinsip lain yang harus diperhatikan adalah prinsip kesepadanan (*compatibility*). Batang – batang dihubungkan dengan suatu titik simpul untuk membentuk struktur secara keseluruhan. Orientasi batang pada suatu struktur dapat sembarang (batang dapat merupakan batang – batang horizontal , vertikal atau membentuk suatu sudut kemiringan

tertentu). Orientasi batang pada struktur dapat sembarang; artinya batang dapat merupakan batang horizontal, vertikal atau membentuk suatu sudut kemiringan tertentu.

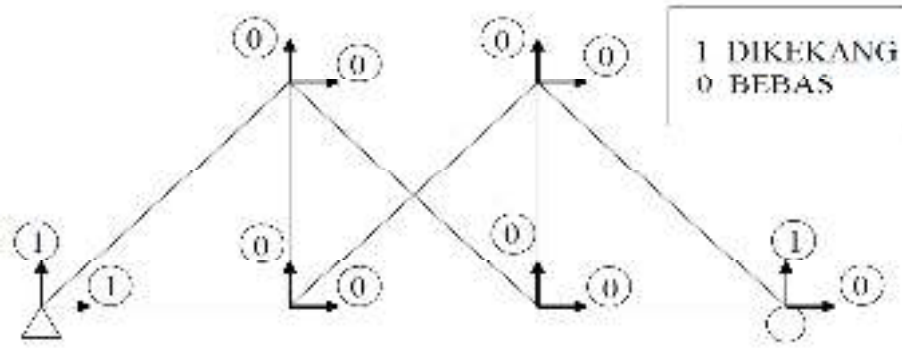
Deformasi atau perpindahan ujung – ujung batang yang bertemu pada suatu titik simpul tertentu harus sepadan (*compatible*) dengan perpindahan pada titik simpul tersebut. Perpindahan titik – titik simpul suatu struktur biasanya diukur pada sumbu Certasius sebagai koordinat global struktur. Untuk memenuhi prinsip kesepadanan maka diperlukan suatu transformasi dari sumbu lokal batang kesumbu global struktur, agar semua pengukuran perpindahan gaya dilakukan pada suatu sistem koordinat tertentu.

Apabila batang – batang digabungkan pada struktur yang stabil, keseimbangan antara beban luar dan perpindahan yang terjadi terpenuhi. Oleh pengaruh beban luar yang bekerja pada titik – titik simpul, dapat dihitung perpindahan titik simpul tersebut. Besarnya perpindahan titik simpul yang terjadi tergantung dari kekakuan struktur tersebut. Semakin kaku suatu struktur semakin kecil perpindahan yang terjadi. Selanjutnya dari hubungan kesepadanan, dapat dihitung deformasi pada setiap batang yang pada akhirnya dengan hubungan gaya internal dan deformasi, gaya – gaya batang dapat diperoleh.

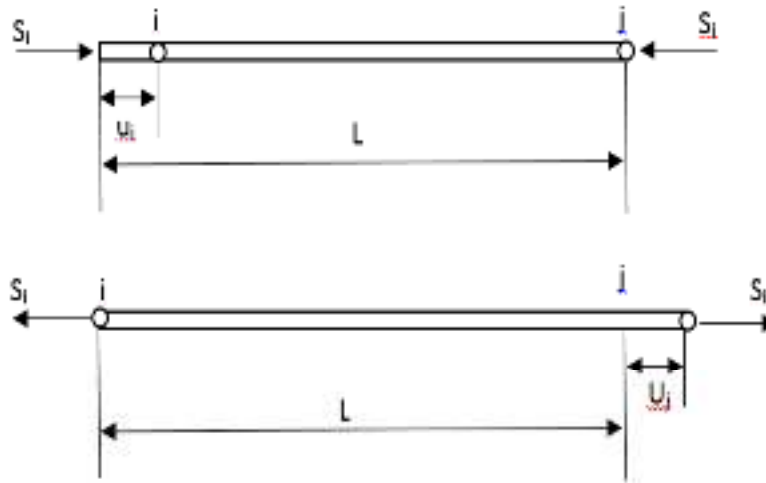
Mengingat langkah -langkah hitungan dalam metode kekakuan, metode matriks kekakuan sering disebut metode perpindahan, karena pertama kali dihitung adalah perpindahan. Setelah perpindahan diperoleh gaya – gaya batang dihitung (Yoyong Arfiadi, 2011).

2.6 Matriks kekakuan batang

Karena dalam analisis didasarkan pada jumlah derajat kebebasan, maka tidak dibedakan apakah strukturnya merupakan struktur statik tertentu atau struktur statik tak tertentu. Jumlah besaran yang dihitung dalam hal ini tergantung dari jumlah derajat kebebasannya, yaitu jumlah perpindahan titik kumpul yang ada dalam struktur yang tidak tergantung dengan perpindahan titik kumpul yang lain. Untuk struktur rangka bidang, setiap titik kumpul yang bebas mempunyai dua derajat kebebasan, kecuali pada tumpuannya. Apabila suatu struktur rangka bidang mempunyai N buah titik kumpul yang bebas, sedang titik kumpul yang lain merupakan tumpuan sendi, maka jumlah derajat kebebasan (KD) adalah $2N$ (Yoyong Arfiadi, 2011).



Gambar 2.6 Derajat kebebasan pada struktur rangka bidang



2.7

Gambar
Hubungan
antara

deformasi dan gaya batang

Berdasarkan hubungan antara deformasi dan gaya batang di atas diperoleh persamaan yang menggambarkan hubungan antara gaya batang dan deformasi yang terjadi pada sumbu batang atau dikenal dengan koordinat lokal.

$$\begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Dapat disederhanakan menjadi

$$\{F\} = [k]\{u\} \quad (2.2)$$

Jika nilai-nilai perpindahan diambil sama dengan 1, gaya batang menjadi sama dengan kekauan batangnya. Mengingat hal ini, kekauan batang dapat didefinisikan sebagai gaya batang yang disebabkan oleh satu satuan perpindahan

$$[k] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

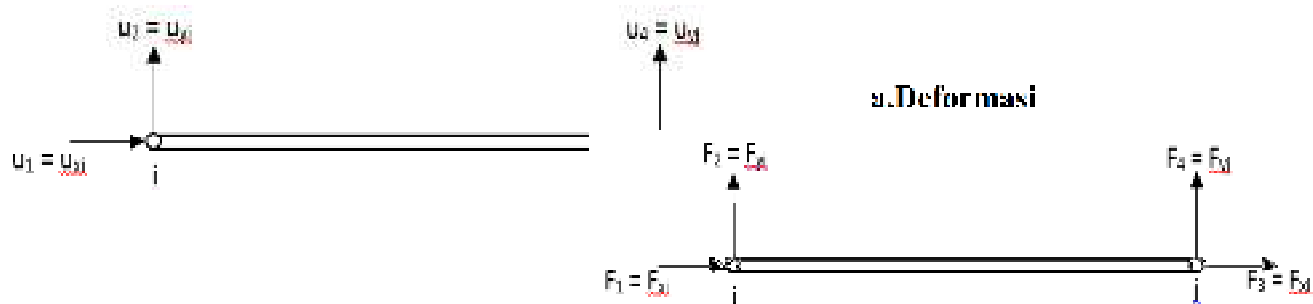
Mengingat pada struktur rangka batang terdapat 2 derajat kebebasan untuk setiap titik kumpul, yang diukur pada suatu salib sumbu struktur yang lebih global maka persamaan di atas dapat dimodifikasi dengan menambahkan pengaruh perpindahan dalam arah tegak lurus batang. Dapat dilihat bahwa sebenarnya perpindahan dalam arah tegak lurus batang ini tidak berpengaruh pada gaya internal batang. seperti terlihat pada gambar 2.8. gaya internal dalam arah tegak lurus batang sebenarnya tidak ada (Yoyong Arfiadi, 2011).

Berdasarkan gambar 2.8 diperoleh persamaan yang menggambarkan hubungan antara gaya batang dan deformasi, setiap titik 2 buah komponen deformasi.

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Dari persamaan (2.4) matriks kekakuan batang (dalam koordinat lokal) adalah

$$[k] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



b. Gaya internal

Gambar 2.8 hubungan antara gaya batang dan deformasi, setiap titik 2 buah komponen deformasi

2.7 Transformasi Perpindahan

Hubungan kesepadanan antara deformasi internal pada koordinat local dan perpindahan pada suatu koordinat global dapat dilihat pada gambar 2.9

Pada ujung -i terdapat hubungan :

$$U_{xi} = U_{xi} \cos \alpha + U_{yi} \sin \alpha$$

$$U_{yi} = -U_{xi} \sin \alpha + U_{yi} \cos \alpha$$

Dengan cara yang sama pada ujung -j akan diperoleh:

$$U_{xj} = U_{xj} \cos \alpha + U_{yj} \sin \alpha$$

$$U_{yj} = -U_{xj} \sin \alpha + U_{yj} \cos \alpha$$

Apabila hubungan tersebut ditulis dalam bentuk matriks diperoleh:

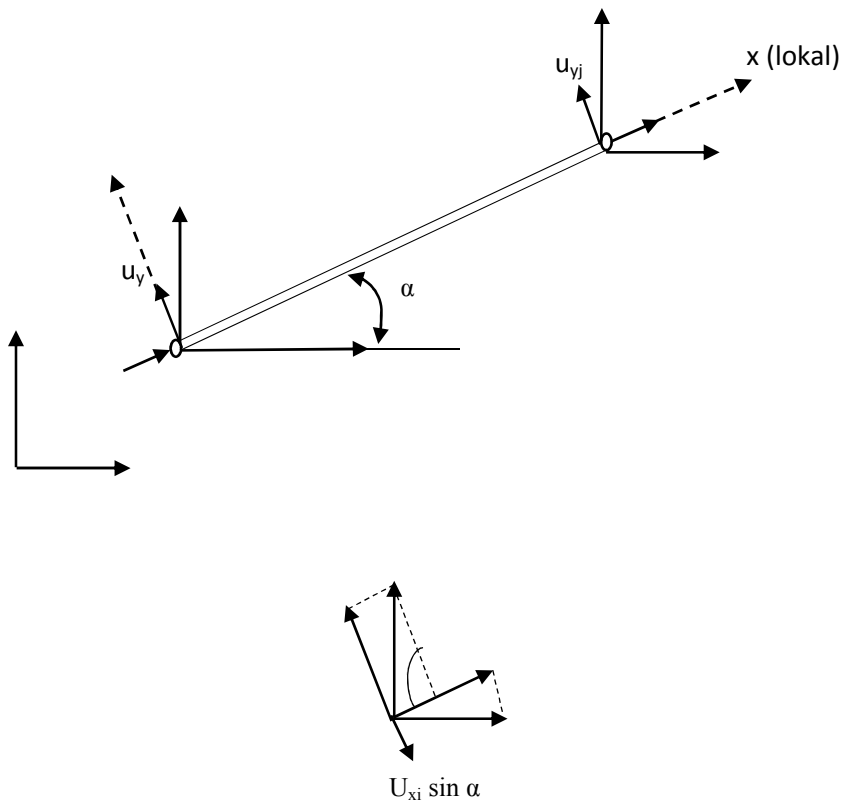
$$\begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{xi} \\ U_{yi} \\ U_{xj} \\ U_{yj} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Ditulis dalam bentuk sederhana

$$\{u\} = [T]\{U\} \quad (2.7)$$

Matriks transformasi [T] dapat ditulis sebagai berikut :

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix} \quad (2.8)$$



Gambar 2.9 Transformasi perpindahan

Dengan :

$$c = \cos \alpha = \frac{X_J - X_I}{L}$$

$$s = \sin \alpha = \frac{Y_J - Y_I}{L}$$

Perlu dicatat bahwa matriks transformasi $[T]$ adalah matriks orthogonal sehingga berlaku :

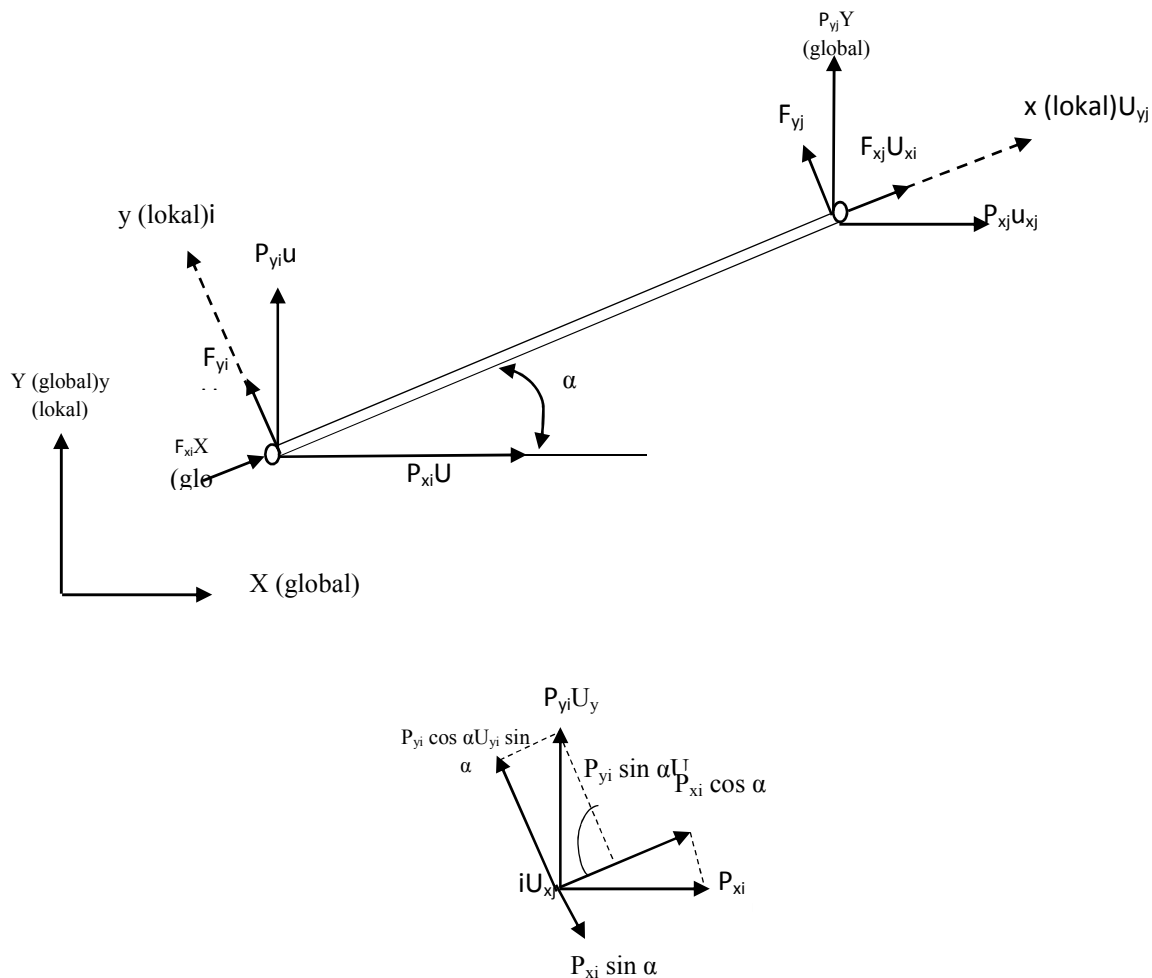
$$[T]^{-1} = [T]^T \quad (2.9)$$

Atau

$$[T]^T [T] = [I] \quad (2.10)$$

2.8 Transformasi Gaya

Hubungan antara gaya luar $\{P\}$ dalam koordinat global dan gaya batang $\{F\}$ dalam koordinat lokal dapat diperoleh dengan cara yang sama seperti pada transformasi perpindahan dengan mengacu pada gambar 2.11, dapat diperoleh hubungan sebagai berikut.



Gambar 2.10 Transformasi gaya

Pada ujung -i terdapat hubungan :

$$F_{xi} = P_{xi} \cos \alpha + P_{yi} \sin \alpha$$

$$F_{yi} = -P_{xi} \sin \alpha + P_{yi} \cos \alpha$$

Dengan cara yang sama pada ujung -j akan diperoleh:

$$F_{xj} = P_{xj} \cos \alpha + P_{yj} \sin \alpha$$

$$F_{yj} = -P_{xj} \sin \alpha + P_{yj} \cos \alpha$$

Apabila hubungan tersebut ditulis dalam bentuk matriks diperoleh:

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{xj} \\ P_{yj} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Atau

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Secara sederhana dapat ditulis menjadi

$$\{F\} = [T]\{P\} \quad (2.13)$$

Karena $[T]$ adalah matriks bujur sangkar, maka persamaan (2.13) dapat ditulis dalam bentuk lain sebagai berikut.

$$\{P\} = [T]^{-1}\{F\} \quad (2.14)$$

Karena matriks transformasi $[T]$ adalah matriks ortogonal dimana $[T]^{-1} = [T]^T$, maka persamaan (2.14) dapat ditulis menjadi

$$\{P\} = [T]^T\{F\} \quad (2.15)$$

2.9 Matriks kekakuan dalam sumbu koordinat lokal

Karena dalam suatu struktur, batang-batang yang bertemu dalam suatu titik kumpul, biasa berorientasi sembarang, maka perlu dicari suatu cara agar pengukuran, baik itu gaya maupun perpindahan, menggunakan referensi yang sama. Dalam hal ini biasanya diambil suatu salib

sumbu global tertentu dalam arah X dan Y. Dengan menggunakan referensi salib sumbu global ini, maka perpindahan dan gaya-gaya dalam dijumlahkan sesuai dengan prinsip keseimbangan.

Dengan mensubstitusi persamaan $\{F\} = [k]\{u\}$, pada $\{P\} = [T]^T\{F\}$, diperoleh :

$$\{P\} = [T]^T\{F\}$$

$$\{P\} = [T]^T[k]\{u\}$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan 2.5 $\{u\} = [T]\{U\}$, diperoleh

$$\{P\} = [T]^T[k][T]\{U\} \quad (2.16)$$

Persamaan 2.14 merupakan hubungan antara gaya dalam koordinat global $\{P\}$ dan perpindahan dalam koordinat global $\{U\}$, persamaan 2.16 dapat disederhanakan menjadi

$$\{P\} = [K]\{U\} \quad (2.17)$$

Dengan

$$[K] = [T]^T[k][T] \quad (2.18)$$

Persamaan (2.17) berlaku untuk semua batang dalam struktur dimana matriks $[K] = [T]^T[k][T]$ dikenal dengan matriks kekakuan batang dalam koordinat global. Apabila pada matriks kekakuan dalam koordinat global, persamaan (2.18) disubstitusikan matriks transformasi $[T]$ dan matriks kekakuan batang dalam koordinat lokal $[k]$ diperoleh

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix}$$

2.10 Deformasi Batang dan Gaya Batang

Setelah perpindahan struktur dalam koordinat global diperoleh, deformasi batang (perpindahan) dalam koordinat lokal dapat dihitung dengan :

$$\{u\}_m = [T]_m\{U\}_m$$

Perpindahan $\{U\}_m$ pada persamaan diatas merupakan perpindahan global batang yang berkaitan dengan batang-m saja.

Selanjutnya gaya-gaya batang dapat dihitung dengan hubungan

$$\{S\}_m = [k]_m\{u\}_m$$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Umum

Metodologi penelitian merupakan suatu cara peneliti bekerja untuk memperoleh data yang dibutuhkan yang selanjutnya akan digunakan untuk dianalisa sehingga memperoleh kesimpulan yang ingin dicapai dalam penelitian. Metodologi penelitian ini bertujuan untuk mempermudah pelaksanaan dalam melakukan penelitian guna memperoleh pemecahan masalah dengan maksud dan tujuan yang telah ditetapkan secara sistematis.

3.2 Bahan Dan Alat

1. Bahan – bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

- a. Buku Literatur Metode Matriks Kekakuan
- b. Materi mengenai contoh perhitungan struktur rangka batang dengan menggunakan metode Matriks Kekakuan.
- c. Program *Microsoft Excel 2007*

2. Alat

Alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

- a. Komputer/ Laptop
- b. Mesin Printer

- c. Tinta
- d. Kertas

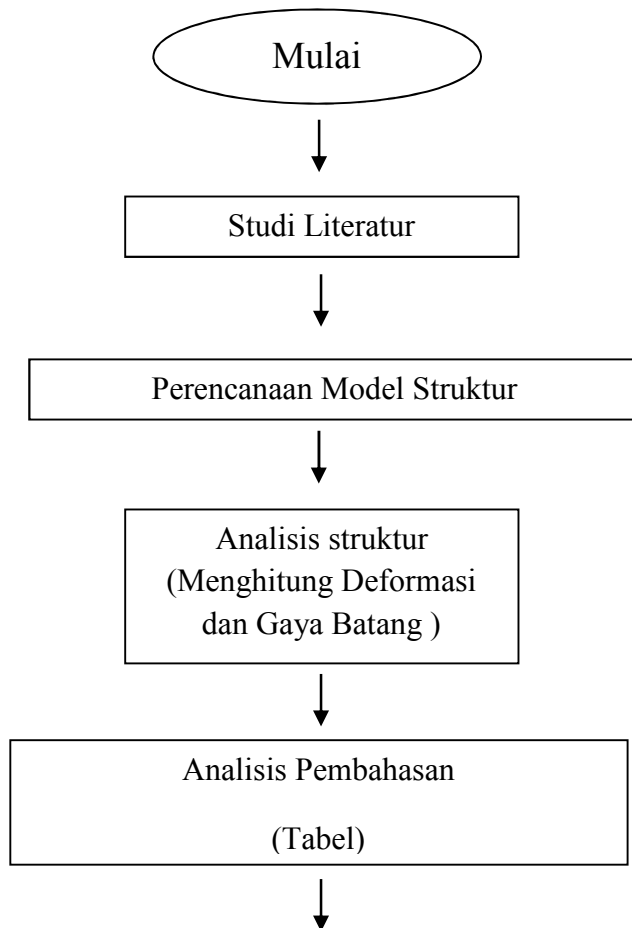
3.3 Metode analisis

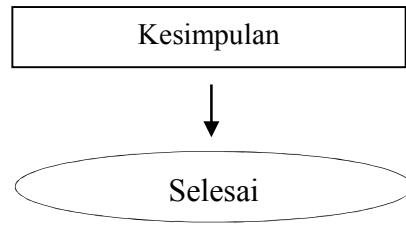
Dalam pelaksanaan penelitian ini metode yang digunakan adalah metode analisis struktur rangka batang dengan metode kekakuan.

Analisis struktur dengan metode kekakuan sebagai berikut:

1. Memodelkan struktur rangka batang
2. Analisa konstruksi
 - Elemen
 - Simpul
 - *Constrain*
 - *Degree of freedom*: (2 x jumlah simpul) – *Constrain*
3. Menentukan kekakuan elemen pada sumbu global
 - Menentukan panjang elemen
 - Menentukan sudut masing-masing elemen
 - Menentukan luas masing-masing elemen
 - Menentukan $\frac{EA}{L}$ pada masing-masing elemen
 - Kekakuan elemen pada sumbu global
$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix}$$
4. Menentukan matriks kekakuan sumbu global
5. Menentukan matriks kekakuan sumbu global setelah direduksi kekangan
6. Menentukan deformasi/*displacement*(δ/U) sumbu global
7. Mencari reaksi tumpuan
8. Menentukan deformasi/*displacement*(δ/u) sumbu lokal
9. Menentukan gaya batang

3.4 Diagram alir penelitian





Gambar 3.1 Diagram alir metode kekakuan