BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Mekanika struktur merupakan hal terpenting yang harus dikuasai oleh mahasiswa/i dibidang teknik sipil. Bangunan atau gedung dalam perencanaannya sampai pelaksanaan pembangunan konstruksinya melibatkan tenaga ahli di bidang teknik, baik konstruksi bangunan maupun non konstruksi. Ahli Bidang Konstruksi Bangunan wajib menguasai perhitungan-perhitungan konstruksi seperti konsruksi kayu, beton dan baja. Dasar dari perhitungan Konstruksi adalah Mekanika Teknik Statis. Dalam Teknik Sipil disebut statika. Ilmu Statika adalah ilmu yang menganalisa objek yang diam bila pada objek tersebut diberi gaya luar (beban luar).

Mekanika adalah cabang dari ilmu fisika yang membahas benda yang diam atau bergerak di bawah pengaruh/aksi gaya. Benda yang bergerak memakai ilmu dinamika, sedang benda yang diam memakai ilmu statika. Rumusan prinsip-prinsip Statika diawali dengan hukum kombinasi vektor gaya oleh Stevianus, antara tahun1548 – 1620 M.

Mekanika struktur adalah salah satu cabang dari mekanika teknik yang berhubungan dengan analisis gaya-gaya yang bekerja pada sistem struktur yang dalam keadaan diam/statis dan setimbang. Gaya-gaya yang dimaksud disini pada umumnya termasuk gaya itu sendiri dan juga momen. Di dalam mekanika struktur, sistem struktur diidealisasikan/dianggap sangat kaku sehingga pengaruh dari lendutan tidak diperhatikan. Ilmu mekanika struktur umumnya merupakan salah satu mata kuliah bidang teknik pertama yang diberikan di level universitas. Prinsip-prinsip yang dipelajari dalam mekanika struktur cukup mendasar dan mudah dipahami, hanya memerlukan sedikit dari hukum-hukum fisika mekanika dan matematika dasar. Akan tetapi, karena bidang teknik adalah bidang yang mengaplikasikan teori ke dalam dunia praktis, banyak penyederhanaan yang harus dilakukan sebelum suatu struktur bisa dianalisis dengan ilmu statika. Ini yang kadang membuat statika sulit untuk dipahami oleh sebagian orang. Elemen-elemen struktur yang dibahas dalam statika sudah berupa model dari bangunan fisik. Sedangkan pemodelan itu sendiri tidak secara terinci dibahas dalam mekanika struktur, karena memerlukan tingkat pengetahuan yang lebih tinggi dan juga pengalaman. Perlu ditekankan disini bahwa meskipun dalam mekanika struktur hanya membahas hal-hal yang relatif mudah, bukan berarti pengetahuan yang didapat disini tidak ada pengaplikasiannya di dunia kerja. Banyak struktur-struktur penting yang telah berhasil dibangun dan beroperasi hanya dengan mengunakan prinsip-prinsip mekanika struktur.

Konsep dasar dari mekanika struktur adalah kesetimbangan gaya-gaya yang bekerja pada suatu struktur. Artinya semua gaya-gaya yang bekerja pada suatu struktur adalah dalam keadaan setimbang, baik struktur itu ditinjau secara keseluruhan maupun sebagian. Jadi hukum Newton ketiga, yaitu jika ada aksi maka akan diimbangi oleh reaksi. Artinya jumlah gaya-gaya yang bekerja adalah nol.

Gaya adalah sebuah besaran vektor, yang secara umum artinya sebuah besaran yang tidak hanya bergantung pada besarnya saja, tapi juga arahnya. Untuk gaya, selain dua hal di atas juga bergantung pada titik bekerjanya. Jadi gaya mempunyai tiga karakteristik, yaitu besarnya, arahnya dan juga titik/lokasi bekerjanya yang biasanya direpresentasikan garis bertanda panah seperti terlihat pada gambar dibawah ini. Titik aplikasi bisa direpresentasikan oleh pangkal atau ujung/kepala dari gambar anak panah. Artinya jika satu atau lebih dari tiga karakteristik ini dirubah, maka efeknya terhadap objek yang dikenakan gaya tersebut akan berubah juga. Besarnya gaya jelas pengaruhnya. Sebagai contoh, kalau kita berusaha mendorong mobil yang relative besar sendirian, kemungkinan besar mobil tidak bergerak karena gaya yang kita berikan ke mobil tidak cukup besar. Tetapi jika kita minta bantuan dua orang lagi untuk membantu mendorong mobil, maka besar kemungkinan mobil bisa didorong oleh tiga orang tersebut karena gaya yang ditimbulkan oleh ketiga orang tersebut lebih besar dibandingkan dengan gaya yang dihasilkan oleh satu orang.

Sedangkan titik aplikasi bisa di gambarkan sebagai berikut dimana sebuah jembatan sederhana yang didukung oleh tumpuan kiri dan tumpuan kanan. Jika gaya yang bekerja posisinya dekat dengan tumpuan yang sebelah kiri (gaya direpresentasikan oleh garis penuh) maka kita dapat merasakan bahwa tumpuan yang kiri akan menerima gaya yang lebih besar dari tumpuan yang sebelah kanan. Sebaliknya jika gaya yang bekerja dekat dengan tumpuan yang sebelah kanan (gaya direpresentasikan oleh garis putus-putus) maka tumpuan sebelah kanan yang akan menerima gaya yang lebih besar. Disini terlihat bagaimana merubah titik aplikasi dari gaya merubah reaksi yang terjadi dari sistem struktur.

Pada umumnya ada tiga hal yang akan dihasilkan pada perhitungan mekanika struktur yaitu momen, lintang dan normal. Momen adalah besarnya tendensi dari suatu gaya untuk memutar suatu objek/benda terhadap suatu titik. Dalam bentuk skalar, besarnya momen adalah gaya dikali lengan momen yang merupakan jarak tegak lurus antara titik yang ditinjau dan garis kerja gayanya. Lintang merupakan gaya geser yang bisa dihitung dengan prinsip turunan pertama dari momen. Normal merupakan gaya-gaya yang diberikan baik dari arah kanan maupun kiri.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu untuk mengetahui fungsi integral dan diferensial daripada momen pada mekanika struktur.

1.3. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Tidak menghitung nilai eksak dari persamaan integral dan diferensial daripada momen
2. Tidak menghitung reaksi perletakan pada tumpuan jepit

1.4. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian yaitu mengetahui cara penerapan/pengaplikasian integral terhadap momen untuk perhitungan putaran sudut, lendutan dan penerapan diferensial terhadap momen untuk perhitungan lintang dan beban merata (Apabila memikul beban merata).

1.5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat kepada mahasiswa khususnya dibidang teknik sipil dan juga kepada setiap pembaca dalam melakukan perhitungan mekanika struktur. Dapat dengan cepat menghitung nilai lendutan, putaran sudut, lintang, beban merata (Apabila memikul beban merata).

1.6. Metodologi Penulisan

Dalam penelitian tugas akhir ini memiliki tahap-tahap pelaksanaan sebagai berikut :

1. Studi literatur dari berbagai sumber yang berhubungan dengan penelitian tersebut untuk penulisan laporan awal (BAB I : PENDAHULUAN, BABA II : LANDASAN TEORI, BAB III : METODOLOGI PENELITIAN, BAB IV : ANALISA DAN PEMBAHASAN, BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN, DAFTAR PUSTAKA).
2. Melakukan perhitungan mekanika struktur untuk mendapatkan lendutan, putaran sudut, momen, lintang dan beban merata (Apabila memikul beban merata)
3. Kesimpulan dan saran

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Umum

Mekanika struktur atau dikenal juga sebagai mekanika rekayasa merupakan bidang ilmu utama untuk perilaku struktur, atau mesin terhadap beban yang bekerja padanya. Perilaku struktur tersebut umumnya adalah lendutan dan gaya-gaya (gaya reaksi dan gaya internal).

Dengan mengetahui gaya-gaya dan lendutan yang terjadi, maka selanjutnya struktur tersebut dapat direncanakan atau diproporsikan dimensinya berdasarkan material yang digunakan sehingga aman dan nyaman (lendutannya tidak berlebihan) dalam menerima beban tersebut.

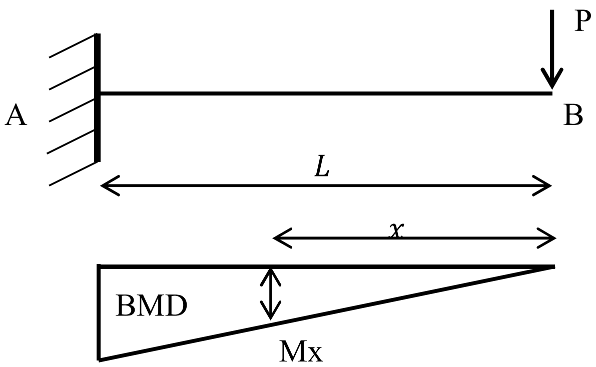
Sebuah konstruksi dibuat dengan ukuran-ukuran fisik tertentu haruslah mampu menahan gaya-gaya yang bekerja dan konstruksi tersebut harus kokoh sehingga tidak hancur dan rusak. Konstruksi dikatakan kokoh apabila konstruksi tersebut dalam keadaan stabil, kestabilan tersebut akan terjadi jika gaya-gaya yang bekerja pada konstruksi tersebut dalam arah vertikal dan horizontal saling menghilangkan atau sama dengan nol demikian juga dengan momen-momen yang bekerja pada konstruksi tersebut pada setiap titik buhul atau titik kumpul saling menghilangkan atau sama dengan nol.

Suatu tampang yang menahan tegangan geser yang tidak merata akan menjadi keriput dan batang melendut, sehingga elemen sekitar sumbu akan tetap tegak dan bergeser satu terhadap yang lain. Hal demikian akan memberikan akibat pada elemen bujur sangkar sumbu memanjang berubah menjadi jajar genjang, maka lendutan ini dapat diukur dari putaran sudutnya (Sidharta S. Kamarwan, 1998)

Deformasi pada balok secara sangat mudah dapat dijelaskan berdasarkan defleksi balok dari posisinya sebelum mengalami pembebanan. Defleksi diukur dari permukaan netral awal ke posisi netral setelah terjadi deformasi. Konfigurasi yang diasumsikan dengan deformasi permukaan netral dikenal sebagai kurva elastis dari balok. (Roy Sebayang, http://www.academia.edu/10345729/Defleksi_Elastik_Balok_Sub_Pokok_Bahasan_Metode_Integrasi_Ganda)

Adapun beberapa penelitian mengenai perhitungan diferensial dan integral daripada momen :

1. Mengintegralkan daripada momen pada balok kantilever dengan beban titik



Gambar 2.1 Balok kantilever dengan beban titik

Dari gambar 2.1. besarnya momen pada jarak x adalah :

Mx = - Px

Persamaan tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan $-\boldsymbol{M} = \boldsymbol{EI}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$, sehingga didapat :

$$\boldsymbol{EI}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \boldsymbol{Px}$$

Persamaan tersebut diintegralkan terhadap x, sehingga didapat :

$$\int \boldsymbol{EI}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \int \boldsymbol{Px}$$

$$\boldsymbol{EI}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{Px^2}{2} + C_1$$

Dengan meninjau kondisi batas tumpuan, M_{maks} terjadi pada x = L pada lokasi tersebut tidak terjadi rotasi $\frac{dy}{dx} = 0$, sehingga persamaannya menjadi :

$$0 = \frac{Px^2}{2} + C_1$$

$$C_1 = -\frac{PL^2}{2}$$

Persamaan tersebut kemudian diintegralkan kembali terhadap x, sehingga menjadi :

$$\int \boldsymbol{EI}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \int \frac{Px^2}{2} - \int \frac{PL^2}{2}$$

$$EIy = \frac{Px^3}{6} - \frac{PL^2x}{2} + C_2$$

$$EIy = \frac{Px}{6}(x^2 - 3L^2) + C_2$$

Pada x = L, lendutan y = 0, sehingga didapat C_2 sebagai berikut :

$$0 = \frac{PL}{6}(L^2 - 3L^2) + C_2$$

$$C_2 = \frac{PL^3}{3}$$

Persamaan tersebut menjadi :

$$EIy = \frac{Px}{6}(x^2 - 3L^2) + \frac{PL^3}{3}$$

$$EIy = \frac{P}{6}(x^3 - 3xL^2 + 2L^3)$$

$$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3xL^2 + 2L^3)$$

Pada x = 0 akan terjadi rotasi maksimum sebesar :

$$EI\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{Px^2}{2} - \frac{PL^2}{2}$$

$$\theta_B = \frac{P0^2}{2EI} - \frac{PL^2}{2EI}$$

$$\theta_B = -\frac{PL^2}{2EI}$$

Dan lendutan maksimum :

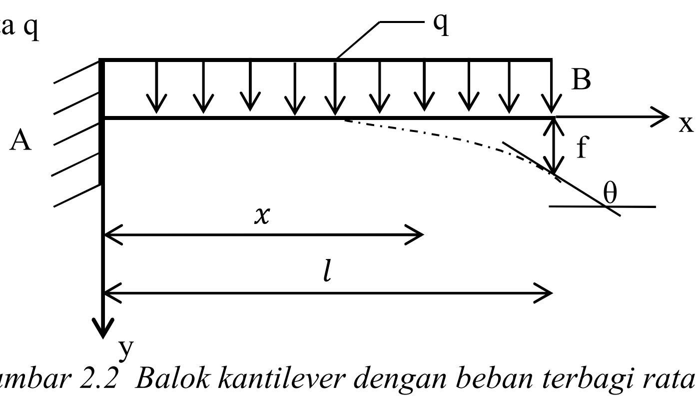
$$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3xL^2 + 2L^3)$$

$$y_B = \frac{P}{6EI}(0^3 - 30L^2 + 2L^3)$$

$$y_B = \frac{2PL^3}{6EI}$$

$$y_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

2. Mengintegralkan daripada momen pada balok kantilever dengan beban terbagi rata q



Gambar 2.2 Balok kantilever dengan beban terbagi rata q

Dari gambar 2.2. besarnya momen pada jarak x adalah :

$$\boldsymbol{M_x = -\frac{q}{2}(l-x)^2}$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{2EI}(l-x)^2}$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{2EI}(l^2 - 2lx + x^2)}$$

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx} = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{3}x^3 - lx^2 + l^2x + C_1\right)}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{l}{3}x^3 + \frac{l^2}{2}x^2 + C_1x + C_2\right)}$$

Syarat batas :

x=0 $\longrightarrow$ y = 0 $\longrightarrow$ $\boldsymbol{0 = \frac{q}{2EI}(0 - 0 + 0 + 0 + C_2)}$

$\boldsymbol{C_2 = 0}$

x=0 $\longrightarrow$ $\frac{dy}{dx} = 0$ $\longrightarrow$ $\boldsymbol{0 = \frac{q}{EI}(0 - 0 + 0 + 0 + C_2)}$

$\boldsymbol{C_1 = 0}$

Jadi persamaan garis elastik :

$$\boldsymbol{y = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{l}{3}x^3 + \frac{l^2}{2}x^2\right)}$$

Maka lendutan ujung balok sebelah kanan untuk x = L adalah

$$\boldsymbol{y = \frac{q}{2EI}\left(\frac{1}{12}l^4 - \frac{l}{3}l^3 + \frac{l^2}{2}l^2\right)}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{q}{2EI}\left(\frac{3}{12}l^4\right)}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{ql^4}{8EI}}$$

2.2. Struktur Balok

Secara sederhana, balok sebagai elemen lentur digunakan sebagai elemen penting dalam konstruksi. Balok mempunyai karakteristik internal yang lebih rumit dalam memikul beban dibandingkan dengan jenis elemen struktur lainnya. Pada system structural yang ada di gedung, elemen balok adalah elemen yang paling banyak digunakan dengan pola berulang.

Tegangan actual yang timbul pada balok tergantung pada besar dan distribusi material pada penampang melintang elemen struktur. Semakin besar balok maka semakin kecil tegangannya. Luas penampang dan distribusi beban merupakan salah satu hal yang penting. Perbedaan tinggi suatu elemen berpengaruh terhadap kemampuannya dalam memikul lentur.

Variabel berikut ialah yang penting dalam desain balok yaitu jarak antara beban-beban dan perilaku kondisi tumpuan balok. Seperti tumpuan jepit yang lebih kaku dengan keadaan ujung yang dapat berputar bebas. Balok dengan tumpuan jepit dapat memikul beban terpusat ditengah bentang dua kali lebih besar daripada balok yang non jepit diujungnya.

2.3. Momen

Pengertian atau defenisi umum momen adalah gaya kali jarak. Defenisi momen untuk mencari gaya-gaya reaksi tumpuan berbeda dengan mencari momen pada satu titk. Hal ini salah satu faktor utama kenapa orang sulit mempelajari ilmu mekanika teknik statika.

$$M = P \times L \qquad 2.1$$

dimana : M = momen (tm)

P = gaya (t)

L = jarak (m)

Momen terjadi apabila sebuah gaya bekerja mempunyai jarak tertentu dari titik yang akan menahan momen tersebut dan besarnya momen tersebut adalah besarnya gaya dikalikan dengan jaraknya. Satuan untuk momen adalah satuan berat jarak (tm, kgm, kgcm dan sebagainya).

$$\sum M = 0 \qquad 2.2$$

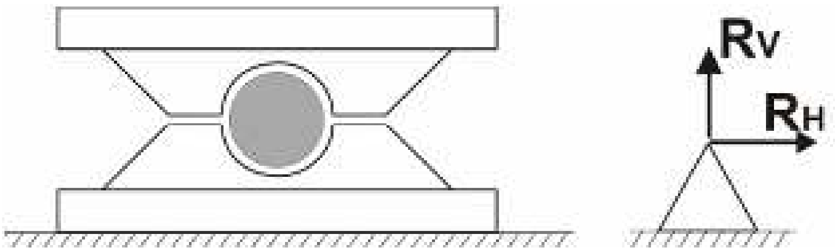
$$\sum V = 0 \qquad 2.3$$

2.3.1 Tumpuan

Tumpuan merupakan tempat perletakan konstruksi atau dukungan bagi konstruksi dalam meneruskan gaya-gaya yang bekerja ke pondasi. Dalam ilmu mekanika rekayasa dikenal 3 jenis tumpuan yaitu tumpuan sendi, tumpuan rol dan tumpuan jepit.

a. Tumpuan Sendi

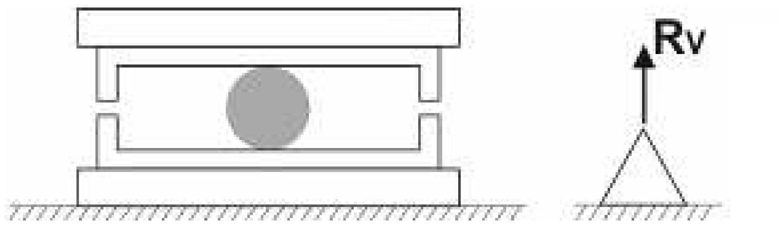
Tumpuan sendi sering disebut dengan engsel karena cara bekerja mirip dengan cara kerja engsel. Tumpuan sendi mampu memberikan reaksi arah vertikal dan reaksi horizontal artinya tumpuan sendi dapat menahan gaya vertikal dan gaya horizontal atau terdapat 2 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv dan Rh). Tumpuan sendi ini tidak dapat menahan momen.



Gambar 2.3 Tumpuan Sendi

b. Tumpuan Rol

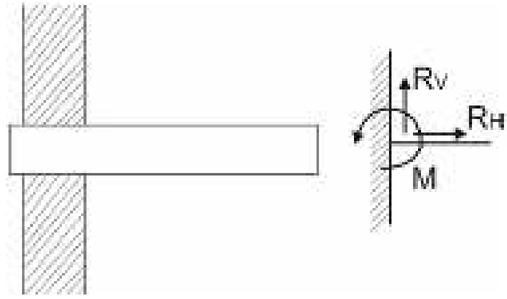
Tumpuan Rol adalah tumpuan yang dapat bergeser ke arah horizontal sehingga tumpuan ini tidak dapat menahan gaya horizontal. Pada tumpuan rol terdapat roda yang dapat bergeser yang gunanya untuk mengakomodir pemuaian pada konstruksi sehingga honstruksi tidak rusak. Tumpuan rol hanya mampu memberikan reaksi arah vertikal artinya tumpuan rol hanya dapat menahan gaya vertikal saja sehingga nya terdapat 1 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv). Tumpuan ini tidak dapat menahan momen.



Gambar 2.4 Tumpuan Rol

c. Tumpuan Jepit

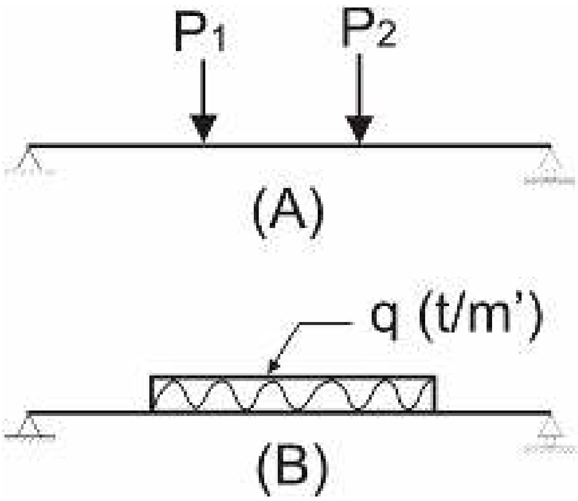
Tumpuan jepit berupa balok yang terjepit pada tiang (kolom) seperti diperlihatkan pada gambar 2.4 di mana pada tumpuan ini mampu memberikan reaksi terhadap gaya vertikal, gaya horizontal bahkan mampu memberikan reaksi terhadap putaran momen sehingga pada tumpuan jepit terdapat 3 buah variabel yang akan diselesaikan (Rv dan Rh dan Momen).



Gambar 2.5 Tumpuan Jepit

2.3.2. Muatan (Beban)

Muatan adalah beban luar yang bekerja pada konstruksi. Secara umum muatan terdiri dari 2 jenis yaitu muatan terpusat dan muatan terbagi rata. Meskipun ada yang disebut dengan muatan segitiga atau muatan trapesium namun sebenarnya muatan tersebut termasuk muatan terbagi rata. Muatan terpusat adalah beban yang bekerja secara terpusat di satu titik saja sedangkan muatan terbagi rata adalah beban yang bekerja secara merata disepanjang balok tergantung dari panjang muatan terbagi rata tersebut.



Gambar 2.6 (A) Muatan Terpusat (B) Muatan Terbagi Rata

Muatan juga dapat dibedakan sebagai muatan tetap dan muatan bergerak (muatan sementara). Muatan tetap adalah muatan yang tetap pada kedudukannya (tidak berubah-ubah) baik besarnya maupun letaknya, contohnya adalah berat sendiri. Muatan bergerak atau muatan sementara adalah muatan yang selalu berubah-ubah baik besarnya maupun letaknya, contohnya adalah muatan kenderaan yang melalui jembatan atau muatan peralatan rumah tangga atau peralatan kantor pada gedung. Muatan sementara pada gedung dapat dilihat pada Peraturan Muatan Indonesia (PMI) 1970, NI-18.

2.4. Inersia

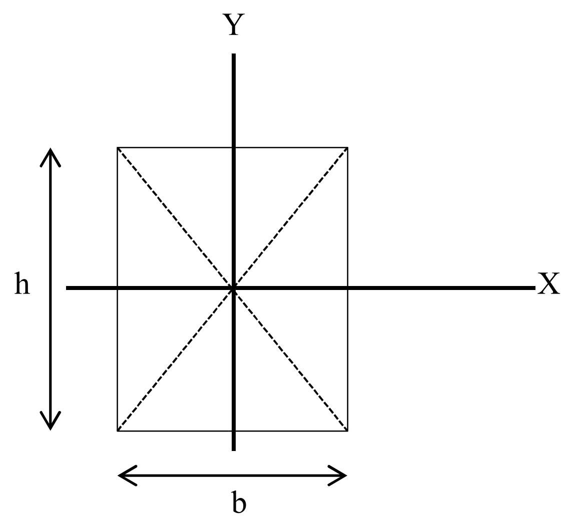
Momen inersia disebut juga dengan momen kelembaman. Data momen inersia suatu penampang dari struktur diperlukan pada perhitungan-perhitungan tegangan lentur, tegangan geser, tegangan torsi dan sebagainya . Adapun momen inersia adalah suatu sifat kekakuan yang ditimbulkan perkalian luas dengan kuadrat jarak ke suatu garis lurus atau sumbu. Momen inersia dilambangkan dengan I.

Ada dua macam momen inersia yaitu

a. Momen Inersia linier yaitu momen inersia terhadap suatu garis lurus atau sumbu. Jika terhadap sumbu x adalah Ix dan jika terhadap sumbu y adalah Iy
b. Momen inersia polar yaitu momen inersia terhadap suatu titik perpotongan dua garis lurus atau sumbu. Dengan kata lain, bahwa inersia polar adalah jumlah momen inersia linier terhadap sumbu x dan sumbu y . Momen inersia polar dilambangkan dengan Ip

Penjabaran/penurunan inersia

- Persegi



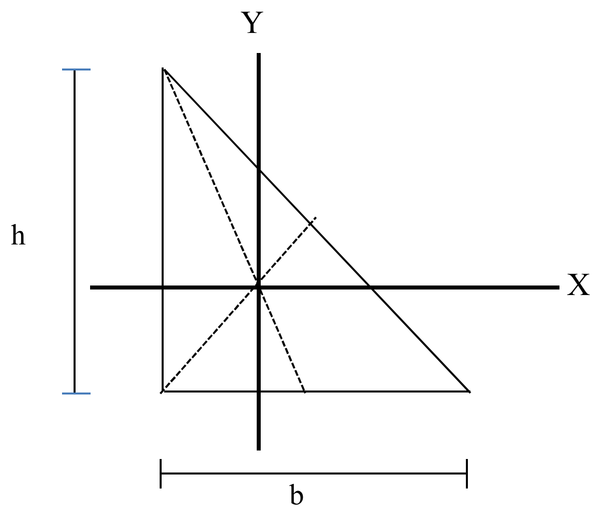
Gambar 2.7 Penampang Persegi

$$I_X = \frac{1}{12}\, bh^3$$

$$I_y = \frac{1}{12}\, b^3\, h$$

$$I_p = \frac{1}{12}\, (bh^3 + b^3\, h)$$

- Segitiga



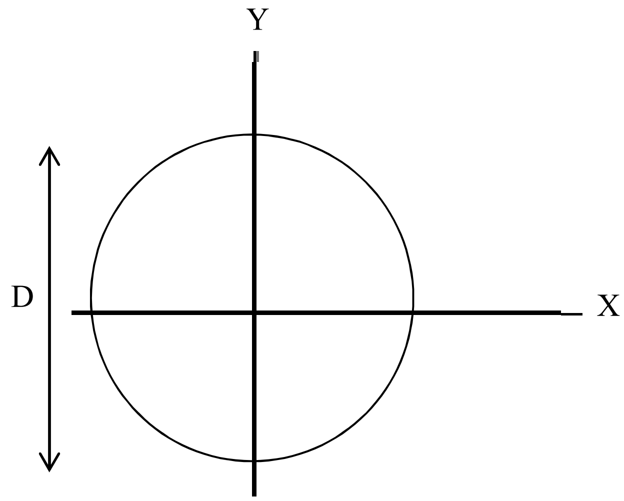
Gambar 2.8 Penampang Segitiga

$$I_X = \frac{1}{36}\, bh^3$$

$$I_y = \frac{1}{36}\, b^3\, h$$

$$I_p = \frac{1}{36}\, (bh^3 + b^3\, h)$$

- Lingkaran



Gambar 2.9 Penampang Lingkaran

$$I_x = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$I_y = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$I_p = \frac{1}{2}\pi r^4$$

Inersia dari pada balok kantilever dihitung secara numerik karena tidak konstannya ukuran balok dari pangkal ke ujung yaitu :

$$I_x = \frac{1}{12} b{h_x}^3 \tag{2.4}$$

Untuk balok non prismatis perhitungan inersia dilakukan dalam metode numerik. Metode numerik adalah teknik – teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah matematika agar dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika (hitungan) biasa (tambah, kurang, kali dan bagi). Penyelesaian secara numerik dapat memperoleh nilai solusi hampiran dari solusi eksak. Cara ini biasanya dilakukan jika nilai eksak sukar dicari dengan cara analisis berbeda dengan penyelesaian secara analasis yaitu dengan menggunakan kaidah - kaidah operasi matematika yang formal yaitu menggunakan rumus – rumus yang sudah lazim dan konvensional sehingga diperoleh solusi eksak. Solusi eksak yaitu solusi dengan galat sama dengan nol. Ada beberapa alasan mengapa suatu permasalahan matematika diselesaikan secara numerik, yaitu :

1) Metode numerik merupakan alat untuk memecahkan masalah matematika yang sangat handal. Banyak permasalahan teknik yang mustahil dapat diselesaikan seacara analitik, karena sering dihadapkan pada sistem – sistem persamaan yang besar, tidak linear dan cakupan yang kompleks, dapat diselesaikan dengan metode numerik.
2) Program paket numerik, misalnya Microsoft Office Excel yang digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika dengan metode numerik dibuat oleh orang yang mempunyai dasar – dasar teori metode numerik
3) Banyak masalah matematika yang tidak dapat diselesaikan dengan memakai program paket atau tidak tercakup dalam program paket. Oleh karena itu perlu mengetahui metode numerik untuk dapat membuat program paket (software) untuk masalah sendiri.
4) Matode numerik merupakan suatu sarana yang efisien untuk mempelajari penggunaan komputer

2.5. Penampang

Penampang adalah ukuran/dimensi dari suatu gelagar yang akan ditinjau. Yang dimaksud dengan dimensi yaitu mengetahui lebar (b) dan tinggi (h) dari penampang tersebut yang dapat dihitung dengan mengetahui panjang dari balok/gelagar tersebut.

- Sesuai SNI beton 2002 No 7258-17414-1 apabila balok/gelagar dengan tumpuan sederhana/balok yang diatas dua tumpuan maka dapat dihitung dengan rumus

  $$h_{min} = \frac{L}{16} \qquad 2.5$$

  $$h = FS\ x\ h_{min} \qquad 2.6$$

  Dimana : FS = Factor Safety (FS=1,25)

  $$b = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)\mathrm{h} \qquad 2.7$$

- SNI beton 2002 No 7258-17414-1 apabila balok tumpuan kantilever maka dapat dihitung dengan rumus

  $$h_{min} = \frac{L}{8} \quad 2.8$$

  $$h = FS \; x \; h_{min} \quad 2.9$$

  Dimana : FS = Factor Safety (FS=1,25)

  $$b = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)\text{h} \quad 2.10$$

2.6. Balok Prismatis dan Balok Non Prismatis

Balok dengan kekakuan (EI) yang sama sepanjang bentang dinamakan balok prismatik, sehingga sepanjang bentang hanya mempunyai satu harga *EI* saja. Bila pada sepanjang bentang terdapat lebih dari satu harga *EI* maka balok tersebut disebut balok non prismatik.

E adalah modulus elastis yang mewakili karakter bahan, sedangkan *I* adalah momen inersia (terhadap garis netralnya) yang mewakili besaran penampang.

Dengan demikian ketidak-prismatisan suatu bentang mungkin disebabkan oleh perbedaan sifat material sehingga *E* berbeda, atau karena dimensinya berbeda sehingga momen inersianya berbeda. Apalagi bila materialnya diganti dan dimensinya berubah, maka besar sekali kemungkian harga kekakuan *EI* sepanjang bentang akan lebih dari satu sehingga struktur tak lagi menjadi prismatic.

Menghitung persamaan dari fungsi kuadrat untuk balok non prismatis adalah cara untuk mempermudah perhitungan Inersia dari balok tersebut karena dari fungsi tersebut didapat tinggi dari setiap grid daripada balok. Apabila baloknya non prismatis maka dapat dihitung fungsi kuadrat dengan cara :

a. Mengetahui titik pertemuan atau titik potong antara garis (x,y)

b. Menghitung fungsi dari persamaan parabolik dengan rumus

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad 2.11$$

c. Menghitung fungsi dari persamaan linear dengan rumus

$$y - y1 = \frac{y2-y1}{x2-x1}\,(x - x1) \quad 2.12$$

Persamaan dari pada balok parabolik dan linear digunakan untuk menghitung tinggi dari pada balok dan dihitung dengan membuat balok menjadi beberapa grid dimana dari tinggi sebenarnya daripada balok yaitu

$$h_x = h - h_{(f(x))} \quad 2.13$$

Dimana :

h = Tinggi mula-mula balok

$h_{(f(x))}$ = Tinggi yang didapatkan dari persamaan balok

2.6.1. Beban Fiktif

Beban fiktif bukan merupakan beban yang sebenarnya. Beban fiktif merupakan beban imaginer yang harus ditambahkan pada system pembebanan yang ada supaya batasan deformasi tidak berubah. Dalam kaitannya dengan garis elastis maka beban fiktif yang dimaksudkan disini akan berkaitan erat dengan persamaan bidang momen. Maka dari itu menentukan beban fiktif adalah menetukan beban yang besarnya sedemikian hingga menimbulkan momen tertentu yang megakomodasi pengaruh perbedaan *EI* disepanjang bentang.

2.7. Lendutan/Defleksi

Defleksi atau perubahan bentuk pada balok dalam arah y akibat adanya pembebanan vertikal yang diberikan pada balok atau batang. Deformasi pada balok secara sangat mudah dapat dijelaskan berdasarkan defleksi balok dari posisinya sebelum mengalami pembebanan. Defleksi diukur dari permukaan netral awal ke posisi netral setelah terjadi deformasi. Hal-hal yang mempengaruhi terjadinya defleksi yaitu :

1. Kekakuan Batang (EI)

   Semakin kaku suatu batang maka lendutan batang yang akan terjadi pada batang akan semakin kecil. Kekakuan batang ini meliputi tinggi batang/balok yang diuji. Semakin tinggi keadaan balok atau batang maka akan meningkatkan kekakuan pada batang tersebut, atau biasa disebut dengan Momen Inersia.

2. Keadaan Gaya (P)

   Besar-kecilnya gaya yang diberikan pada batang berbanding lurus dengan besarnya defleksi yang terjadi. Dengan kata lain semakin besar beban yang dialami batang maka defleksi yang terjadipun semakin besar dan begitu sebaliknya.

3. Jenis tumpuan yang diberikan

   Jumlah reaksi dan arah pada tiap jenis tumpuan berbeda-beda. Jika karena itu besarnya defleksi pada penggunaan tumpuan yang berbeda-beda tidaklah sama. Semakin banyak reaksi dari tumpuan yang melawan gaya dari beban maka defleksi yang terjadi pada tumpuan rol lebih besar dari tumpuan pin (pasak) dan defleksi yang terjadi pada tumpuan pin lebih besar dari tumpuan jepit.

4. Jenis beban yang terjadi pada batang

   Beban terdistribusi merata dengan beban titik, keduanya memiliki kurva defleksi berbeda-beda. Pada beban terdistribusi merata slope yang terjadi pada bagian batang yang paling dekat lebih besar dari slope titik. Ini karena sepanjang batang mengalami beban sedangkan pada beban titik hanya terjadi pad beban titik tertentu saja.

5. Panjang batang (L)

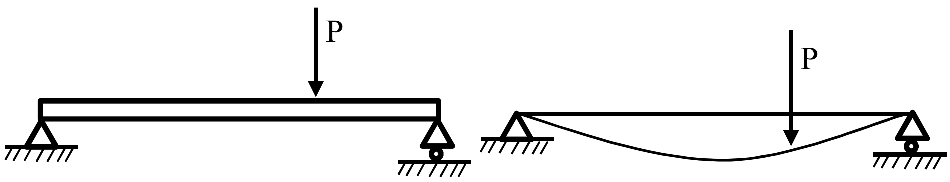
   Panjang batang ini akan berpengaruh terhadap besar kecilnya lendutan pada suatu batang

6. Dimensi penampang batang (I)

   Dimensi yang dimaksud adalah dimensi yang akan mengalami defleksi itu sendiri akibat beban yang akan diterimanya

Lendutan dapat dihitung dengan mengintegralkan daripada putaran sudut, yang dapat dituliskan :

EIy = $\int EIy'$ 2.14



Gambar 2.10 Lendutan

Jarak perpindahan y didefenisikan sebagai defleksi balok. Dalam penerapan, kadang kita harus menentukan defleksi pada setiap x disepanjang balok. Hubungan ini dapat ditulis dalam bentuk persamaan yang sering disebut persamaan defleksi kurva (atau kurva elastis) dari balok.

2.7.1. Jenis – Jenis Defleksi

Suatu batang kontinu yang ditumpu pada bagian pangkalnya akan melendut jika diberi suatu pembebanan. Secara umum persamaan dari defleksi dapat dilihat pada kurva defleksi dari sebuah batang prismatik.

Defleksi berdasarkan pembebanan yang terjadi pada batang, terdiri atas :

1) Defleksi aksial (regangan)

Perubahan bentuk suatu batang akibat pembebanan arah vertikal (tarik, tekan) hingga membentuk sudut defleksi, dan posisi batang vertikal, kemudian kembali ke posisi semula. Atau defleksi ini terjadi jika pembebanan pada luas penampang.

2) Defleksi lateral (lendutan)

Perubahan bentuk suatu batang akibat pembebanan arah vertikal (bending) posisi batang horizontal, hingga membentuk sudut defleksi, kemudian kembali ke posisi semula. Defleksi ini terjadi jika pembebanan tegak lurus pada luas penampan. Sistem struktur yang diletakkan horizontal dan yang terutama diperuntukan memikul beban lateral, yaitu beban yang bekerja tegak lurus sumbu aksial batang (Binsar Hariandja,1996). Beban semacam ini khususnya muncul sebagai beban gravitasi, misalnya bobot sendiri, beban hidup vertical, beban krain (*crane*) dan lain – lain. Contoh sistem balok dapat dikemukakan antara lain balok lantai gedung, gelagar jembatan, balok penyangga krain, dan sebagainya. Sumbu sebuah batang akan terdeteksi dari kedudukannya semula bila benda di bawah pengaruh gaya terpakai.

Dengan kata lain suatu batang akan mengalami pembebanan transversal baik itu beban terpusat maupun terbagi merata akan mengalami defleksi. Unsur – unsur dari mesin haruslah cukup tegar untuk mencegah ketidakbarisan dan mempertahankan ketelitian terhadap pengaruh beban dalam gedung – gedung, balok lantai tidak dapat melentur secara berlebihan untuk meniadakan pengaruh psikologis yang tidak diinginkan penghuni terhadap bahan – bahan yang jadi rapuh.

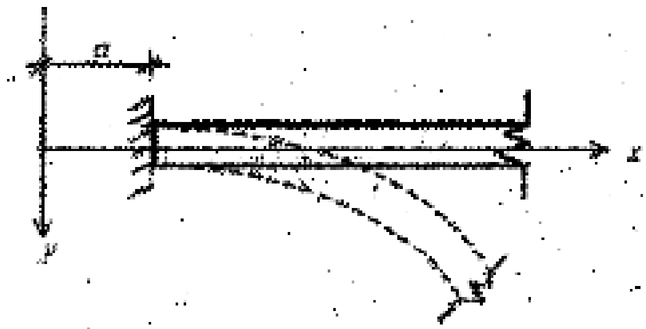
3) Defleksi oleh gaya geser atau puntir pada batang

Unsur – unsur dari mesin haruslah kuat untuk mempertahankan ketelitian dimensional terhadap pengaruh beban. Suatu batang kontinu yang ditumpu akan melendut jika mengalami beban lentur.

2.7.2. Syarat – Syarat Batas

Dalam penyelesaian persamaan-persamaan defleksi balok perlu diperhatikan syarat - syarat batas (boundary conditions). Syarat-syarat batas antara lain dapat berupa :

1. Tumpuan jepit, terjadi defleksi dan kemiringan kurva lendutan yang sama dengan nol

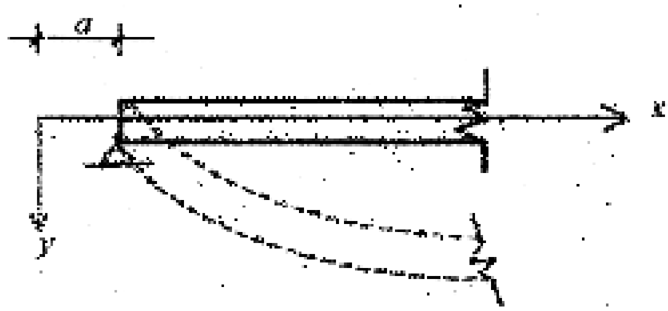


$y(a) = 0$

$\frac{dy}{dx} = 0$

a adalah absis titik tumpuan yang terjepit.

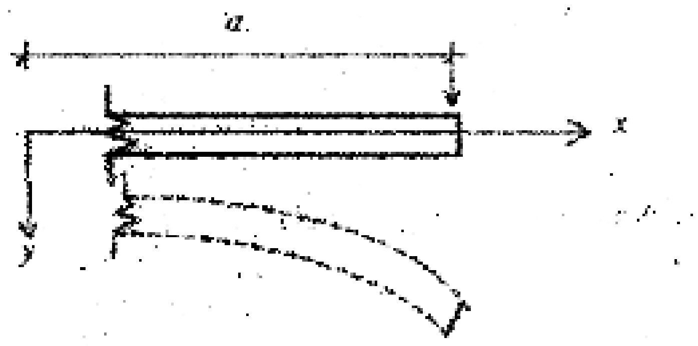
2. Tumpuan sederhana (sendi atau rol) rnempunyai defleksi nol dan tidak dapat menahan momen



$y(a) \ = 0$

$M(a) \ = -EI\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

3. Ujung bebas yang tidak menahan momen dan gaya lintang



$M(a) \ = -EI\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

$V(a) \ = M'(a) \ = -EI\frac{d^3y}{dx^3} = 0$

Semua balok akan terdefleksi (atau melendut) dari posisi awalnya apabila terbebani (paling tidak disebabkan oleh berat sendirinya). Dalam struktur bangunan, seperti : balok dan plat lantai tidak boleh melendut terlalu berlebihan (*over deflection*) untuk mengurangi kemampuan layan (*serviceability*) dan keamanannya (*safety*) yang akan mempengaruhi psikologis (ketakutan) pengguna. Deformasi adalah salah satu kontrol kestabilan suatu elemen balok terhadap kekuatannya. Biasanya deformasi dinyatakan sebagai perubahan bentuk elemen struktur dalam bentuk lengkungan (θ) dan perpindahan posisi dari titik di bentang balok ke titik lain, yaitu defleksi (δ) akibat beban di sepanjang bentang balok tersebut.

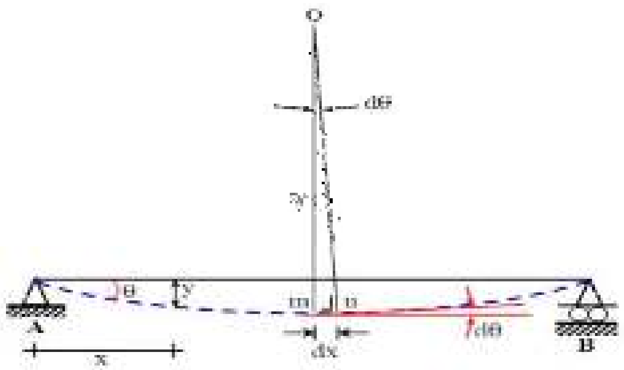
Ada beberapa metode yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan persoalan persoalan defleksi pada balok. Di sini hanya akan dibahas 4 (empat) metode, yaitu :

1. Metode integrasi ganda (*double integrations method*)
2. Metode luas bidang momen (*moment area method*)
3. Metode balok padanan (*conjugate beam method*)
4. Metode beban satuan (*unit load method*)

Asumsi yang dipergunakan untuk menyelesaikan persoalan tersebut adalah hanyalah defleksi yang diakibatkan oleh gaya-gaya yang bekerja tegak-lurus terhadap sumbu balok, defleksi yang terjadi relatif kecil dibandingkan dengan panjang baloknya, dan irisan yang berbentuk bidang datar akan tetap berupa bidang datar walaupun terdeformasi (Prinsip Bernoulli).

2.7.3. Metode Integrasi Ganda (*Double Integration Method*)

Suatu struktur balok sedehana yang mengalami lentur seperti pada Gambar 2.11, dengan y adalah defleksi pada jarak yang ditinjau x, θ adalah sudut kelengkungan (*curvature angle*), dan r adalah jari-jari kelengkungan (*curvature radius*).



Gambar 2.11 Lendutan Pada Balok Sederhana

Dari gambar 2.11, dapat dihitung besarnya dx seperti

$$\mathbf{dx = r\ tg\ d\theta} \qquad 2.15$$

karena nilai dθ relatif sangat kecil, maka tg dθ = dθ saja, sehingga persamaan 2.15 dapat ditulis menjadi :

$$\mathbf{dx = r\ d\theta \text{ atau } \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx}} \qquad 2.16$$

Jika dx bergerak kekanan maka besarnya dθ akan semakin mengecil atau semakin berkurang sehingga diperoleh persamaan berikut :

$$\frac{1}{r} = -\frac{d\theta}{dx} \qquad 2.17$$

Lendutan relatif sangat kecil sehingga $\boldsymbol{\theta = tg\ \theta = \frac{dy}{dx}}$, sehingga persamaan 2.17 berubah menjadi :

$$\frac{1}{r} = -\frac{d\theta}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{d^2y}{dx^2} \qquad 2.18$$

Diketahui bahwa persamaan tegangan adalah :

$$\frac{1}{r} = -\frac{M}{EI} \qquad 2.19$$

Sehingga didapat persamaan :

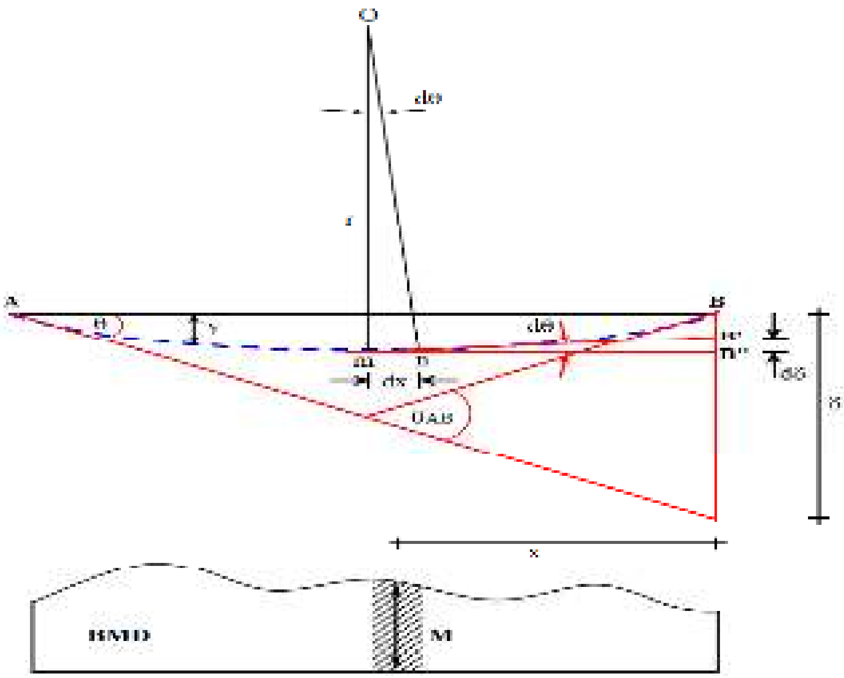
$$\frac{M}{EI} = -\frac{d^2y}{dx^2} \tag{2.20}$$

Kemudian bentuk akhir persamaannya adalah :

$$-M = EI\,\frac{d^2y}{dx^2} \tag{2.21}$$

2.7.4. Metode Luas Bidang Momen (*Moment Area Method*)

Pada metode dobel integrasi telah dijelaskan dan dihasilkan persamaan lendutan dan rotasi untuk beberapa contoh kasus. Hasil tersebut masih bersifat umum, namun mempunyai kelemahan apabila diterapkan pada struktur dengan pembebanan yang lebih kompleks dan dirasa kurang praktis karena harus melalui penjabaran secara matematis. Metode luas bidang momen inipun sebenarnya juga mempunyai kelemahan yang sama apabila dipakai pada konstruksi dengan pembebanan yang lebih kompleks. Namun Demikian, metode ini sedikit lebih praktis karena proses hitungan dilakukan tidak secara matematis tetapi bersifat numeris (untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 2.12)



Gambar 2.12 Balok Yang Mengalami Lentur

Dari gambar 2.12 dapat didapatkan persamaan berikut :

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \tag{2.22}$$

atau yang dapat ditulis menjadi :

$$d\theta = \frac{M}{EI}dx \tag{2.23}$$

dari persamaan 2.23, dapat dibuat teorema berikut :

Teorema I :

Elemen sudut $d\theta$ yang dibentuk oleh dua tangen arah pada dua titik yang berjarak dx, besarnya sama dengan luas bidang momen antara dua titik tersebut dibagi dengan EI. Dari gambar 2.12 apabila dx adalah panjang balok AB, maka besarnya sudut yang dibentuk adalah:

$$\theta_{AB} = \int_0^L \frac{M}{EI} dx \qquad 2.24$$

Berdasarkan garis singgung m dan n yang berpotongan dengan garis vertikal yang melewati titik B akan diperoleh :

$$B'B'' = d\delta = xd\theta = \frac{M}{EI} dx \qquad 2.25$$

dengan :

M.dx = luas bidang momen sepanjang dx

M.x.dx = statis momen luas bidang M terhadap titik yang berjarak x dari elemen M

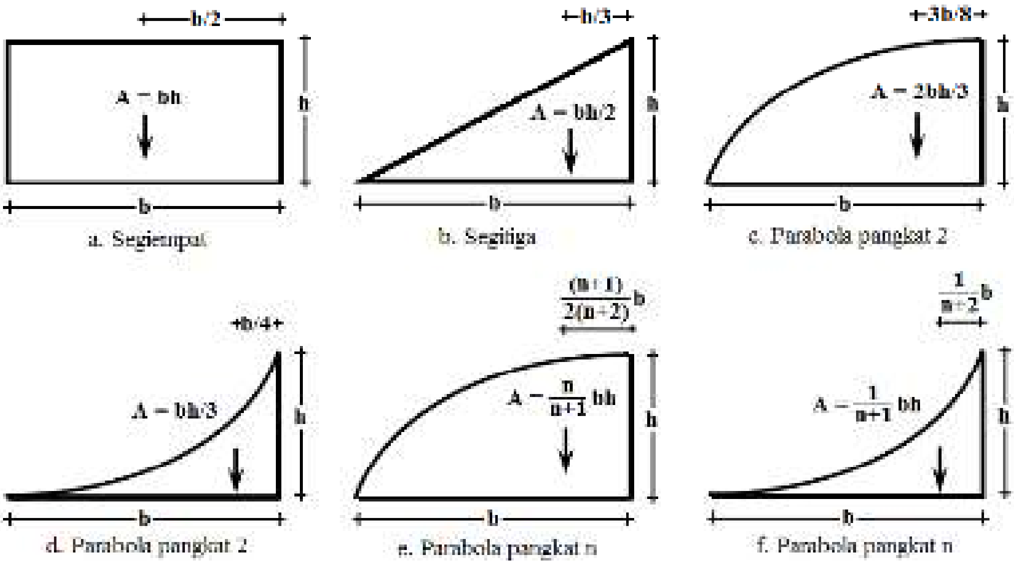
Sehingga dari persamaan 2.25 dapat dibuat teorema berikut :

Teorema II :

Jarak vertikal pada suatu tempat yang dibentuk dua garis singgung pada dua titik suatu balok besarnya sama dengan statis momen luas bidang momen terhadap tempat tersebut dibagi dengan EI.

$$BB' = \delta = \int_0^L \frac{M}{EI} dx \qquad 2.26$$

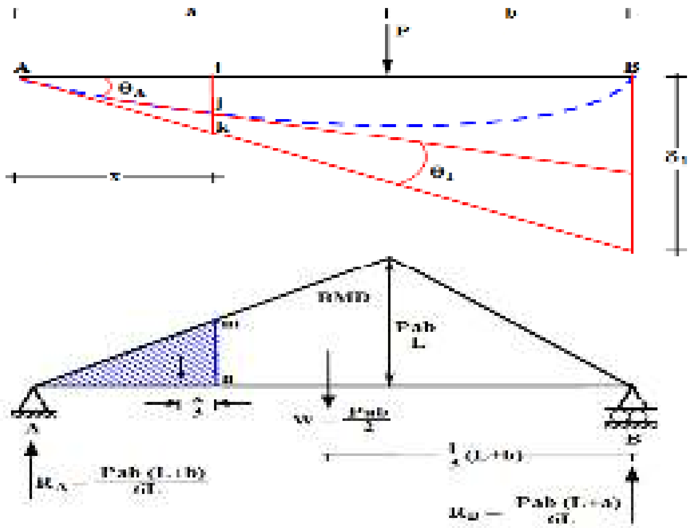
Untuk menyelesaikan persamaan 2.26 yang menjadi permasalahan adalah letak titik berat suatu luasan, karena letak titik berat tersebut diperlukan dalam menghitung statis momen luas M.dx.x. Letak titik berat dari beberapa luasan dapat dilihat pada gambar 2.13.



Gambar 2.13 Letak Titik Berat Luasan Penampang

2.7.5. Metode Balok Padanan (*Conjugate Beam Method*)

Dua metode yang sudah dibahas sebelumnya mempunyai kekurangan yang sama, yaitu apabila konstruksi dan pembebanan cukup kompleks. Metode balok padanan (*conjugate beam method*) yang menganggap bidang momen sebagai beban dirasa lebih praktis untuk digunakan. Metode ini pada pada prinsipnya sama dengan metode luas bidang (*moment area method*), hanya sedikit terdapat modifikasi. Untuk penjelasannya dapat dilihat pada gambar 2.14, sebuah konstruksi balok sederhana dengan beban titik P, kemudian bidang momen yang terjadi dianggap sebagai beban.



Gambar 2.14 Balok Sederhana Dan Garis Elastika Beban Titik

Dari gambar 2.14, W adalah luas bidang momen yang besarnya :

$$\boldsymbol{W = \frac{1}{2} L . \frac{Pab}{L} = \frac{Pab}{2}} \qquad 2.27$$

Berdasarkan teorema II yang telah dibahas pada metode luas bidang momen (*moment area method*), maka didapat :

$$\boldsymbol{\delta_1 = \frac{Statis\ momen\ luas\ bidang\ terhadap\ B}{EI}} \qquad 2.28$$

$$\boldsymbol{\delta_1 = \frac{1}{EI}\left(\frac{Pab}{2}\right)\left(\frac{1}{3}(L+b)\right) = \frac{Pab\ (L+b)}{6EI}} \qquad 2.29$$

Dengan menganggap bahwa lendutan yang terjadi cukup kecil, maka berdasarkan pendekatan geometris akan didapatkan :

$$\boldsymbol{\delta_1 = \theta_A L \quad atau \quad \theta_A = \frac{\delta_1}{L}}$$

$$\boldsymbol{\theta_A = \frac{Pab\ (L+b)}{6EIL} = \frac{R_A}{EI}} \qquad 2.30$$

Analog dengan cara yang sama, akan didapatkan :

$$\boldsymbol{\theta_B = \frac{Pab\ (L+a)}{6EIL} = \frac{R_B}{EI}} \qquad 2.31$$

Dari persamaan 2.30 dan persamaan 2.31, dapat dibuat kesimpulan bahwa rotasi di A dan B besarnya sama dengan reaksi perletakan dibagi EI $\left(\theta_A = \frac{R_A}{EI}\ atau\ \theta_B = \frac{R_B}{EI}\right)$. Berdasarkan gambar 2.14, sebenarnya yang akan dicari adalah defleksi pada titik sejauh x meter dari tumpuan A (potongan i-j-k) yaitu sebesar δx.

$$\boldsymbol{\delta_x = ij = ik - jk} \qquad 2.32$$

Berdasarkan geometri, maka besarnya ik = θAx,maka :

$$\boldsymbol{ik = \frac{R_A X}{EI}} \qquad 2.33$$

Sedangkan berdasarkan teorema II adalah statis momen luasan Amn terhadap bidang m-n dibagi dengan EI, maka akan diperoleh :

$$\boldsymbol{jk = \frac{luas\ Amn. \frac{X}{3}}{EI}} \qquad 2.34$$

Sehingga lendutan δx yang berjarak x dari A, yaitu :

$$\boldsymbol{\delta_x = \frac{1}{EI}\left(R_A x - luas\ Amn. \frac{x}{3}\right)} \qquad 2.35$$

Berdasarkan persamaan 2.35 dapat dibuat sebuah teorema.

Teorema III :

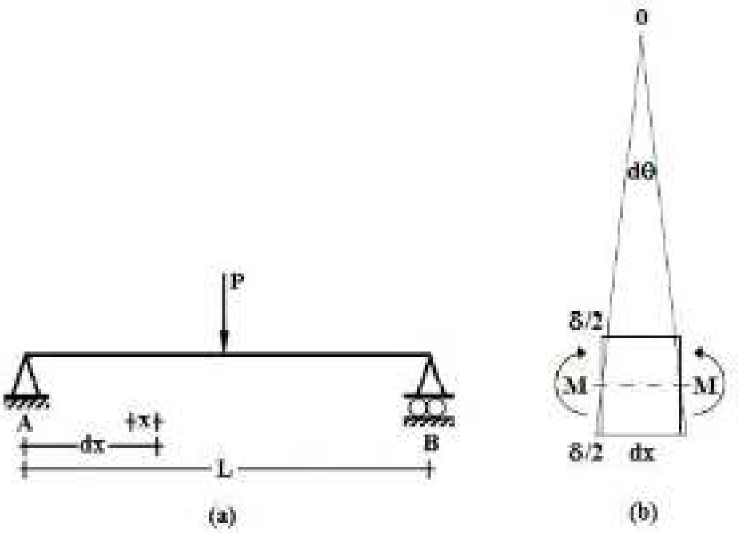
Lendutan disuatu titik dalam suatu bentang balok sederhana besarnya sama dengan momen di titik tersebut dibagi dengan EI, apabila bidang momen dianggap sebagai beban.

2.7.6. Metode Beban Satuan (*Unit Load Method*)

Metode Energi Regangan (*Strain Energy Method*) adalah metode yang sangat baik (*powerful*) untuk memformulasi hubungan gaya dan perpindahan pada suatu struktur. Pembahasan metode energi regangan (*strain energy method*) termasuk didalamnya adalah kekekalan energi dan metode beban satuan (*unit load method*) atau yang juga dikenal dengan metode kerja maya (*virtual work method*). Sebagai ilustrasi dari kekekalan energi, misal sebuah elemen struktur dibebani gaya P dan Q, maka pada struktur akan terdapat :

- Kerja luar (*external work*) : produk gaya luar (KL)
- Kerja dalam (*internal work*) : produk gaya dalam (KD)
- KL = KD → kondisi keseimbangan (*equilibrium*)

Kerja dalam (*internal work*) merupakan respon terhadap kerja luar (*external work*) akibat adanya beban yang diaplikasikan pada struktur dan deformasinya. KD mempunyai kapasitas untuk menghasilkan kerja dan menjaga struktur pada konfigurasi asalnya, karena perilaku dari struktur masih dalam batas kondisi elastis. Untuk lebih dapat memahami tentang KD yang juga sering disebut dengan energi regangan (*strain energy*) dan dinotasikan dengan U dapat dilihat pada gambar 2.15.



Gambar 2.15 Energi Regangan Pada Balok

Dari gambar 2.15.b, dapat dihitung besarnya dθ seperti persamaan 2.36 :

$$d\theta = \frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{EI}} dx \qquad 2.36$$

Energi regangan balok sepanjang dx dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$dU = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} M d\theta \qquad 2.37$$

Jadi energi regangan balok secara keseluruhan merupakan hasil integral dari dU seperti berikut :

$$U = \int_0^L dU = \int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{L}} \frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{EI}} dx \qquad 2.38$$

Selanjutnya akan dijelaskan tentang energi potensial pada struktur yang dinotasikan dengan Π yang terbentuk atas dua komponen, yaitu U (energi regangan) dan Ω (kerja luar).

$$\pi = U + \Omega \qquad 2.39$$

dengan :

$$U = \frac{1}{2} k\Delta^2 \qquad 2.40$$

$$\Omega = -F\Delta \qquad 2.41$$

Jadi :

$$\pi = \frac{1}{2} k\Delta^2 - F\Delta \qquad 2.42$$

Persamaan 2.42 merupakan persamaan fungsi Δ dan jika diturunkan terhadap dΔ, sehingga :

$$\pi = k\Delta - F \qquad 2.43$$

Pada kondisi seimbang (*equilibrium*) atau **dΠ** = **0**, maka :

$$F = k\Delta \qquad 2.44$$

Persamaan 2.44 menunjukkan hubungan antara gaya (F) dan perpindahan (Δ) dengan k sebagai nilai kekakuan dari suatu struktur.

Teorema Castigliano I :

Potential energi (Π) sering ditunjukkan dalam fungsi dari *Degree of Freedom*, DoF (derajat kebebasan) seperti pada persamaan 2.45.

$$\Pi = \Pi(D_1, D_2, D_3, \dots, D_n) \qquad 2.45$$

Pada kondisi seimbang (*equilibrium*) atau **dΠ** = **0**, sehingga :

$$d\Pi = \frac{d\Pi}{\partial D_1} dD_1 + \frac{d\Pi}{\partial 2} dD_2 + \frac{d\Pi}{\partial D_3} dD_3 + \dots + \frac{d\Pi}{\partial D_n} dD_n = 0 \qquad 2.46$$

sehingga dari persamaan 2.46 dapat ditulis dalam bentuk matriks seperti berikut:

F1 = K11D1 K12D2 K13D3 … K1nDn

F2 = K21D1 K22D2 K23D3 … K2nDn

F3 = K31D1 K32D2 K33D3 … K3nDn

… = … … … … …

Fn = Kn1D1 Kn2D2 Kn3Dn … KnnDn

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{K}]\,[\mathbf{D}] \qquad 2.47$$

Persamaan 2.47 identik dengan peramaan 2.44.

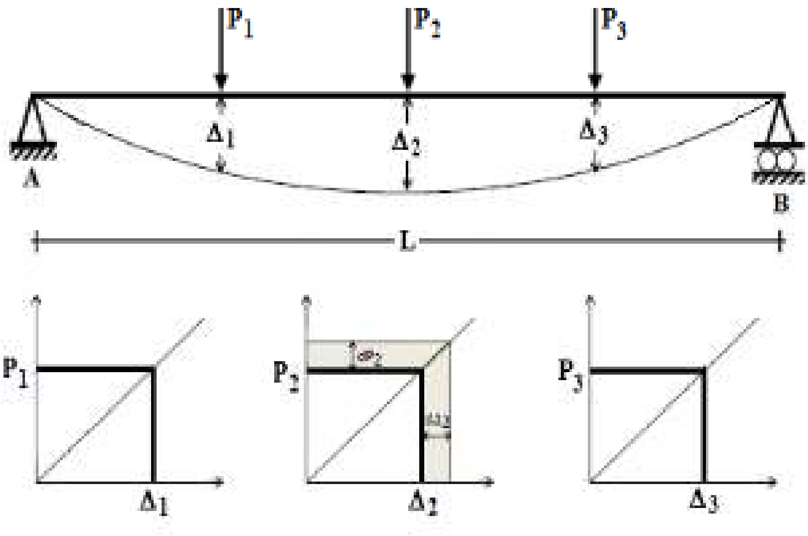
Teorema Castigliano II :

Untuk struktur yang berperilaku linier-elastik, lendutan pada suatu titik dalam struktur merupakan turunan parsial dari energi regangan terhadap gaya (persamaan 2.48) dan rotasi merupakan turunan parsial dari energi regangan terhadap kopel pada garis kerja (persamaan 2.49).

$$\Delta_i = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial P_i} \qquad 2.48$$

$$\theta_i = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial M_i} \qquad 2.49$$

Untuk lebih memahami tentang Teorema Castigliano II, dapat ditinjau sebuah balok sederhana yang diberi beban seperti pada gambar 2.16.



Gambar 2.16 Energi Regangan Pada Balok Sederhana

Dari gambar 2.16, energi regangan pada balok = kerja luarnya, yaitu :

$$U = W_i = \frac{1}{2}P_1\Delta_1 + \frac{1}{2}P_2\Delta_2 + \frac{1}{2}P_3\Delta_3 \qquad 2.50$$

Persamaan 2.50, energi regangan dapat juga ditulis dalam bentuk fungsi beban atau gaya seperti berikut :

$$U = f(P_{1,}P_{2,}P_3) \quad 2.51$$

Jika P2 ditingkatkan sebesar dP2 yang akan menyebabkan lendutan di titik 2 juga meningkat sebesar dΔ_2, maka energi regangan juga meningkat menjadi :

$$U_T = U + \frac{\partial U}{\partial P_2} dP_2 \quad 2.52$$

atau

$$U_T = U + dU$$

$$U_T = \frac{1}{2} dP_2 d\Delta_2 + dP_2\Delta_2 + \frac{1}{2}P_1\Delta_1 + \frac{1}{2}P_2\Delta_2 + \frac{1}{2}P_3\Delta_3 \quad 2.53$$

Jika suku pertama pada persamaan 2.53 dapat diabaikan, sehingga persamaannya dapat ditulis menjadi :

$$U_T = dP_2\Delta_2 + \frac{1}{2}P_1\Delta_1 + \frac{1}{2}P_2\Delta_2 + \frac{1}{2}P_3\Delta_3$$

$$U_T = dP_2\Delta_2 + U \quad 2.54$$

Dengan memperhatikan bahwa persamaan 2.52 identik dengan persamaan 2.54, sehingga dapat ditulis dalam bentuk :

$$U + \frac{\partial U}{\partial P_2} dP_2 = dP_2\Delta_2 + U$$

$$\frac{\partial U}{\partial P_2} dP_2 = dP_2\Delta_2$$

$$\frac{\partial U}{\partial P_2} = \Delta_2$$

atau identik dengan persamaan 2.48.

$$\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$$

Jadi lendutan di suatu titik adalah merupakan hasil turunan energi regangan ke gaya di titik tersebut pada arah kerjanya. Dengan cara yang sama juga dapat diperoleh rotasi di suatu titik seperti pada persamaan 2.49.

$$\theta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$$

2.7.7. Aplikasi Defleksi Batang

Aplikasi dari analisa lendutan batang dalam bidang keteknikan sangat luas, mulai dari perancangan poros transmisi sebuah kendaraan bermotor, ini menunjukkan betapa pentingnya analisa lendutan batang ini dalam perancangan sebuah konstruksi teknik. Berikut beberapa aplikasi dari lendutan batang :

a) Jembatan
b) Poros Transmisi

c) Rangka (*chasis)* kendaran
d) Konstruksi Badan Pesawat Terbang

2.8. Defleksi Elastik Balok

Dalam perancangan atau analisis balok, tegangan yang terjadi dapat ditentukan dari sifat penampang dan beban-beban luar. Pada prinsipnya tegangan pada balok akibat beban luar dapat direncanakan tidak melampaui suatu nilai tertentu, misalnya tegangan ijin. Perancangan yang berdasarkan batasan tegangan ini dinamakan perancangan berdasarkan kekuatan (design for strength).

Namun demikian, pada umumnya lendutan/defleksi balok perlu ditinjau agar titik melampaui nilai tertentu. Dapat terjadi, dari segi kekuatan balok masih mampu menahan beban, namun Iendutannya cukup besar sehingga tidak nyaman lagi. Perancangan yang mempertimbangkan batasan lendutan dinamakan perancangan berdasarkan kekakuan (design for stiffhess).

Dalam kenyataan, lendutan balok diakibatkan oleh momen lentur dan gaya geser secara bersamaan. Namun lendutan balok yang diakibatkan oleh lentur lebih dominan dibandingkan oleh geser.

2.9. Putaran Sudut

Putaran sudut merupakan turunan pertama dari lendutan dan integral dari momen. Penurunan persamaan ini cukup sulit karena harus menurunkan dahulu besar putaran sudut dan momen-momen ujung (Fixed End Moment) untuk kondisi kekakuan EI yang berbeda. Putaran sudut dapat dihitung dengan mengintegralkan daripada Mmax, dapat dituliskan sebagai berikut :

$$EIy' = \int \text{-Mx} \qquad 2.55$$

2.10. Lintang

Gaya lintang (D) adalah merupakan gaya-gaya yang akan menahan Geser yang terjadi pada Balok. Penentuannya juga ditinjau pada setiap titik dimana gaya bekerja. Dalam proses penggambarannya gaya lintang ini perlu diperhatikan persyaratannya, dimana gaya lintang tersebut bernilai positif untuk gaya-gaya yang bekerja ke arah atas dan sebaliknya bernilai positif apabila bekerja kearah bawah. Gaya-gaya tersebut hanya bekerja pada satu arah yaitu (vertikal). **Gaya lintang** positif dilukiskan disebelah atas garis netral dan sebaliknya gaya lintang negatif dilukiskan dibagian bawah garis netral. Lintang merupakan turunan pertama dari momen maksimum, yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$EIy^{III} = \frac{d\,(-Mx)}{dx} \qquad 2.56$$

2.11. Beban Merata

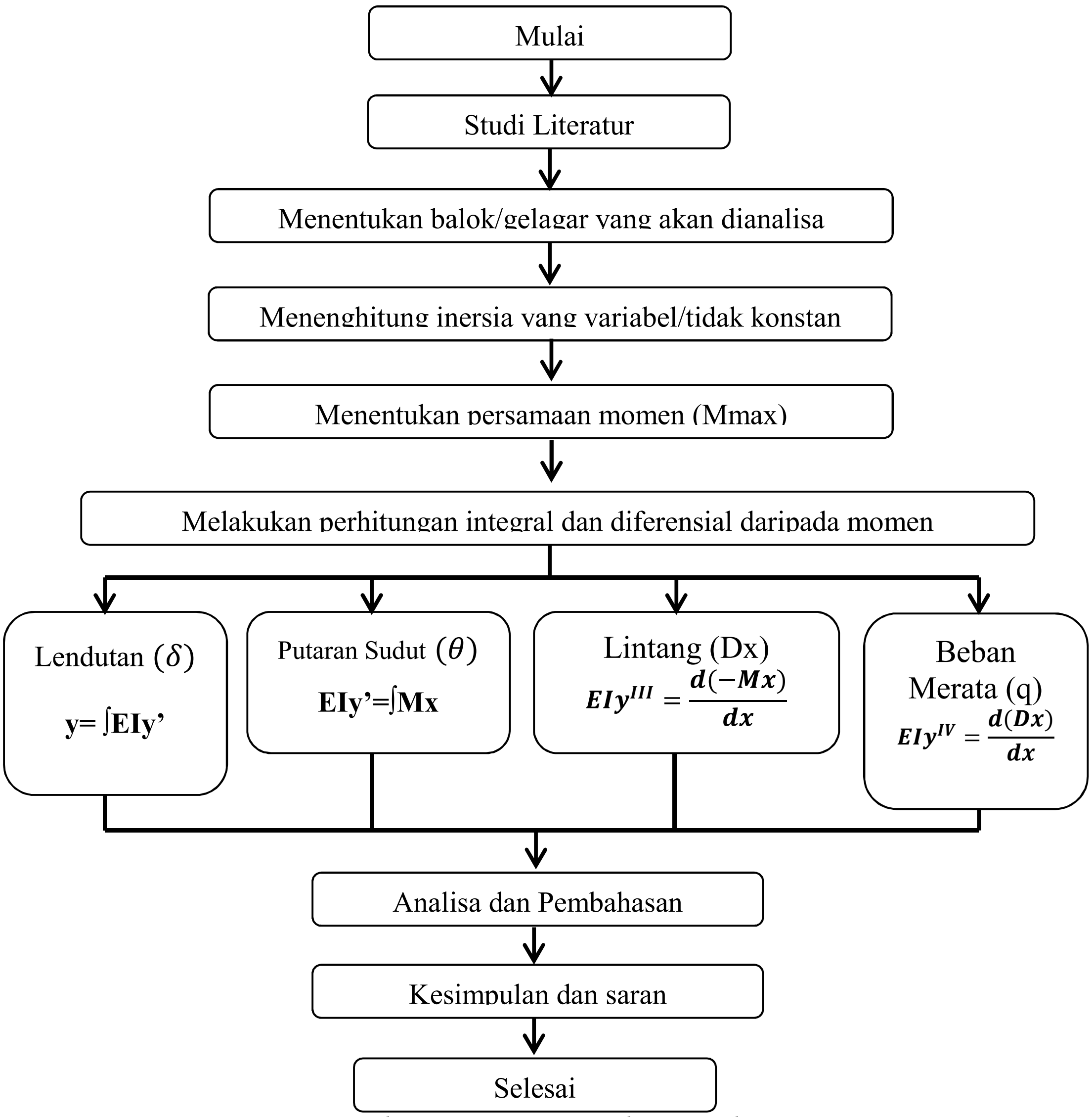
Beban merata adalah beban yang bekerja menyentuh bidang konstruksi yang cukup luas yang tidak dapat diabaikan. Beban ini dinyatakan dalam satuan Newton/meter persegi ataupun newton per meter atau yang sejenisnya. Beban merata adalah beban atau muatan yang terbagi merata sepanjang benda tersebut. Contoh : balok, pelat lantai, rangka atap dan lain-lain. Beban merata dapat dihitung dengan mendeferensialkan fungsi dari lintang yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$EIy^{IV} = \frac{d\,(Dx)}{dx} \qquad 2.57$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Umum

Metodologi penelitian dilakukan dengan cara melakukan penerapan integral dan diferensial pada perhitungan mekanika struktur dengan membuat contoh perhitungan mekanika struktur untuk balok kantilever. Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah metode analisa. Dimana perhitungan dilakukan untuk mendapatkan nilai lendutan, putaran sudut, lintang dan beban merata (Apabila memmikul beban merata) dengan cara pengintegralan dan diferensial daripada momen.



Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian

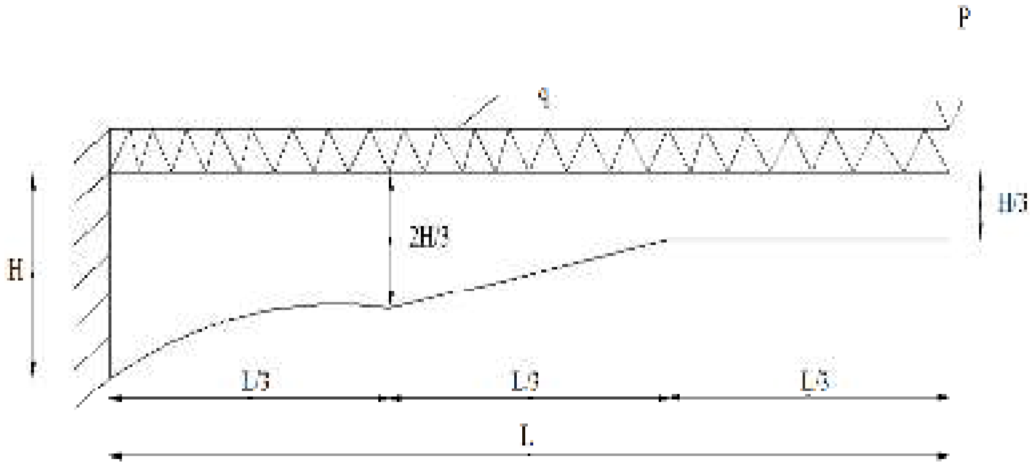
3.2. Penentuan Balok/Gelagar Yang Dianalisa

Balok/gelagar yang akan dianalisa adalah balok/gelagar statis tertentu yaitu balok kantilever, balok sederhana yang memikul beban merata, beban terpusat maupun kombinasi antara beban merata dan beban terpusat.

3.3. Cara Analisis

Adapun langkah-langkah dalam menganalisis penerapan diferensial pada statika adalah sebagai berikut :

1. Menentukan balok/gelagar yang dinalisa



Gambar 3.2 Balok Kantilever Memikul Beban P dan q

2. Menentukan penampang balok kantilever
3. Mencari titik koordinat dari penampang untuk mendapatkan persamaan dari balok
4. Mencari persamaan dari penampang berbentuk parabola dan linear untuk mengetahui tinggi dari pada setiap segmen dengan metode perhitungan integral trapesium
5. Untuk mempermudah perhitungan balok dibagi menjadi 10 grid dengan jarak antar grid 100 mm
6. Menghitung tinggi dari setiap grid dengan mengurangkan tinggi (H) dengan tinggi yang didapat dari fungsi dari persamaan yang didapatkan (f(x))

7. Menghitung lebar dan tinggi dari balok, kemudian didapatkan inersia dari pada balok
8. Menghitung mekanika struktur sehingga mendapatkan momen maksimum (Mmax)
9. Menghitung putaran sudut dengan cara mengintegralkan fungsi dari Mmax dan menghitung lendutan dengan mengintegralkan fungsi dari putaran sudut
10. Menghitung lintang dengan mendiferensialkan fungsi dari Mmax dan menghitung beban merata (apabila gelagar/balok memikul beban merata) dengan mendiferensialkan fungsi dari lintang.