PERBANDINGAN METODE CROSS DENGAN METODE MATRIKS KEKAKUAN PADA BANGUNAN GEDUNG

(STUDI LITERATUR)

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk melengkapi persyaratan memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S-1) pada Program Studi Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas HKBP Nommensen Medan

Disusun oleh:

MICHAEL ERSAN PATAU H

(19310123)

Telah diuji dihadapan Tim Penguji Tugas Akhir pada tanggal 23 September 2024 dan dinyatakan telah lulus sidang sarjana

Disahkan Oleh

Dosen Pembimbing I

(Ir. Johan O.Simanjuntak, S.T.,M.T, IPM ASEAN Eng.)

Dosen Pembimbing II

(Luki Hariando Purba, S.T., M.Eng.)

Dosen Penguji I

(Humisar Pasaribu, S.T., M.T.)

Dosen Penguji II

(Ir. Partahi Lumbangaol, M.Eng.Sc)

Dekan Fakultas Teknik

(… Pangaribuan, M.T.)

Ketua Program Studi

(Ir. Yetty Riris Saragi, S.T., M.T., IPU. ACPE)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam perhitungan kekuatan struktur, perlu adanya perhitungan analisis struktur untuk mengetahui besarnya gaya-gaya dalam yang terjadi akibat beban beban yang bekerja pada suatu konstruksi. Perhitungan suatu struktur statis tertentu dapat diselesaikan cukup dengan menggunakan persyaratan keseimbangan yaitu $\Sigma H = 0$, $\Sigma V = 0$, dan $\Sigma M = 0$. Untuk struktur statis tak tentu, tidak dapat diselesaikan hanya dengan memakai syarat keseimbangan, tetapi harus ditambah dengan syarat kompatibilitas dengan persamaan-persamaan geometri. Saat ini metode yang digunakan dalam perhitungan analisis struktur sudah banyak. Dalam menganalisis struktur baik statis tertentu maupun stastis tak tentu terdapat bebagai metode antara lain Metode distribusi momen (Cross), metode takabeya, metode matriks kekauan, dan beberapa metode yang dipakai umum lainnya.

Metode distribusi momen (Cross) merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persamaan-persamaan simultan di dalam di dalam ubahan sudut dengan penedekatan berturut – turut, dengan derajat ketelitian berapapun, seiring kehendak.

Metode matriks merupakan konsep baru dalam analisis struktur yang memungkinkan langkah idealisasi struktur untuk menyusun persamaan – persamaan linear yang diperlukan dalam penentuan tanggap struktur, baik berupa perpindahan maupun gaya – gaya dalam pada suatu stuktur.

Pada umumnya metode-metode perhitungan tersebut tak lain hanya untuk mendapatkan besar gaya-gaya dalam, yaitu gaya yang bekerja pada struktur konstruksi tersebut.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan Masalah yang dibahas adalah :

1. Untuk mengetahui gaya gaya dalam yang terjadi dan mengetahui perbandingan perhitungan yang diperoleh dari metode distribusi momen (Cross) dengan metode maktriks kekakuan.

1.3. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari tugas akhir ini antara lain :

1. Jenis konstruksi yang digunakan dalam peninjauan perhitungan struktur adalah konstruksi portal atau gedung 2(dua) tingkat. Dan hanya memperhitungkan portal dalam bentuk dua dimensi.
2. Tidak memperhitungkan penulangan struktur.
3. Perhitungan dilakukan secara manual dan dengan menggunakan bantuan Microsoft Excel.

1.4. Tujuan Penelitian

Adapun maksud penelitian dari tugas akhir ini antara lain :

1. Untuk mengetahui langkah langkah dan prosedur perhitungan pada metode distribusi momen dan metode matriks kekakuan.
2. Untuk mengetahui gaya gaya dalam yang bekerja dan hasil perhitungan pada metode distribusi momen dan metode matriks kekakuan

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penulisan tugas akhir ini yaitu dapat memberikan pengetahuan tentang bagaimana perhitungan analisis struktur pada metode distribusi momen (Cross) dan metode matriks kekauan.

1.6. Sistematika Penulisan

BAB I : PENDAHULUAN

Terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan.

BAB II : TINJAUAN PUSTAKA

Memaparkan hasil studi literatur berupa rangkuman dari jurnal, buku, artikel dan peraturan yang memiliki relevansi dengan penelitian.

BAB III : METODE PENELITIAN

Berisikan metode analisis yang digunakan dalam penelitian, dan tahapan-tahapan dalam penelitian yang berupa bagan alir.

BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Berisikan uraian data-data dan analisis data yang dilakukan dengan manual.

BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN

Mengevaluasi hasil analisis data yang telah dilakukan beserta kesimpulan yang didapat dari perbandingan hasil analisis dari penelitian sebelumnya beserta saran untuk penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

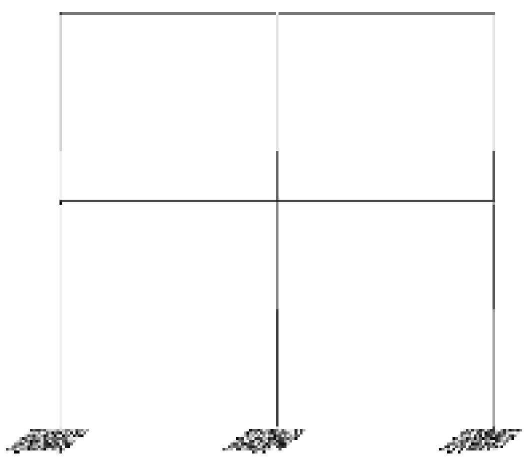
2.1. Struktur Portal

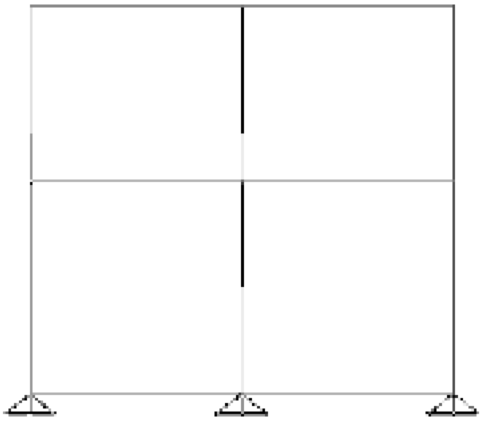
Portal merupakan struktur rangka utama dari gedung yang terdiri atas komponen-komponen balok dan kolom yang saling bertemu pada titik-titik simpul (buhul), dan berfungsi sebagai penahan beban dari gedung. Untuk merencanakan portal yang berkualitas serta bermutu tinggi maka diperlukan ketelitian dalam penghitungan. Dalam merencankan portal perlu adanya hitungan analisis struktur untuk mengetahui besarnya gaya dan momen yang terjadi pada portal akibat beban-beban yang bekerja. Dari hitungan analisis struktur tersebut dapat ditentukan besarnya dimensi balok, kolom, sloof, plat lantai, plat atap dan pondasi yang diperlukan akibat beban yang bekerja.

Portal adalah suatu suatu sistem yang terdiri dari bagian- bagian struktur yang saling berhubungan yang berfungsi menahan beban sebagai suatu kesatuan lengkap yang berdiri sendiri dengan atau tanpa di bantu diafragma-diafragma horizontal atau sistem lantai. pada dasarnya sistem struktur bangunan terdiri dari dua bagian yaitu :

1. Portal terbuka, dimana semua momen-momen dan gaya yang bekerja pada konstruksi di tahan sepenuhnya oleh pondasi,sedangkan sloof hanya berfungsi sebagai penahan dinding di atasnya saja. Kekuatan dan kekakuan portal dalam menahan beban lateral dan kestabilan tergantung pada kekuatan elemen-elemen strukturnya.

2. Portal tertutup, dimana momen-momen dan gaya yang bekerja pada konstruksi ditahan terlebih dahulu oleh sloof dan kemudian diratakan, kemudian sebagian kecil beban dilimpahkan kepondasi. Sloof berfungsi sebagai pengikat kolom yang satu dengan yang lain untuk mencegah terjadinya diffrential settlement.





Gambar 2.1

(Sumber : Haryadi Rangkuti Skripsi)

2.2. Analisis Struktur Metode Distribusi Momen (*Cross*)

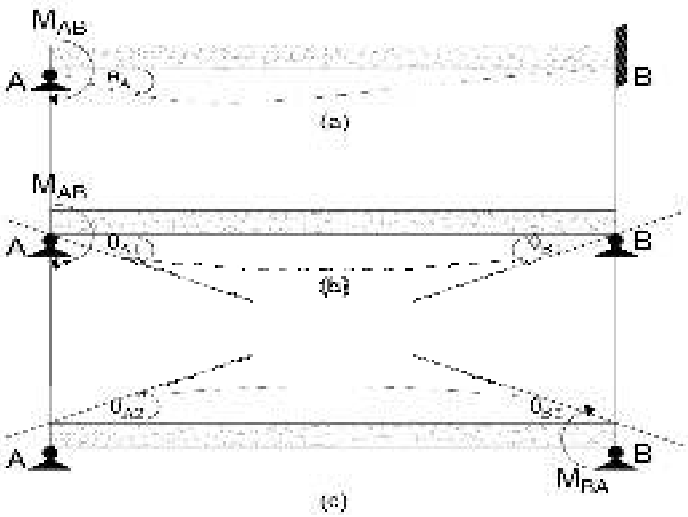
2.2.1. Pengertian Metode Distribusi Momen (*Cross*)

Metode Distribusi Momen atau yang juga disebut sebagai Metode Cross merupakan penyederhanaan dari persamaan *Slope – Deflection*. Dalam analisis menggunakan persamaan slope-deflection, rotasi dan perpindahan titik merupakan suatu variable yang hendak dicari dan dihubungkan dengan beban yang bekerja pada struktur. Persamaan yang dihasilkan merupakan sejumlah persamaan simultan, jumlah persamaan simultan tersebut sama dengan jumlah variabel perpindahan yang hendak dicari. Selanjutnya persamaan simultan tersebut harus diselesaikan untuk memperoleh nilai momen di tiap kumpul dari struktur yang ditinjau. Pada tahun 1932 metode ini disederhanakan oleh Hardy Cross, yang menyelesaikan persamaan – persamaan simultan tersebut dengan metode aproksimasi.

2.2.2 Faktor Kekakuan

a. Sendi – Jepit

Perhatikan Gambar 2 Balok AB (sendi-jepit) dibawah ini :



Gambar 2.2

(Sumber : E. Sutarman Analisa Struktur)

Gambar 2.5(a)

Di A diberikan momen M_{AB} maka di A akan terjadi putaran sudut (rotasi) sebesar ϑ_A.

Gambar 2(b) dan (c) :

Momen M_{AB} diinduksikan ke B berupa momen M_{BA}.

Agar stabil, rotasi θ yang terjadi harus sama deengan nol ($\theta = 0$).

$\theta_{A1} - \theta_{A2} = 0$

$\theta_{B2} - \theta_{B1} = 0$

Yang mana :

$\theta_{A1} = \frac{L}{3EI} M_{AB}$ dan $\theta_{A2} = \frac{L}{6EI} M_{BA}$

$\theta_{B1} = \frac{L}{3EI} M_{BA}$ dan $\theta_{B2} = \frac{L}{6EI} M_{AB}$

Jika kita selesaikan persamaan dari syarat stabil diatas, maka di A bekerja M_{AB} dan di B bekerja M_{BA} .

$$\theta_{A1} - \theta_{A2} = 0 \rightarrow \frac{L}{3EI} M_{AB} - \frac{L}{6EI} M_{BA} = 0 \qquad (2.1)$$

Sehingga :

$$M_{AB} = {}^{1}/_{2}\ M_{BA} \tag{2.2}$$

Momen M_{AB} yang diinduksikan ke B berupa momen M_{BA} , yang mana nilai ${}^{1}/_{2}$ merupakan faktor induksi (*carry over factor*) pada luas penampang yang konstan dari balok .

Persamaannya:

$$\theta_{A1} - \theta_{A2} = \theta_A \rightarrow \frac{L}{3EI} M_{AB} - \frac{L}{6EI}\left({}^{1}/_{2}\ M_{BA}\right) = \theta_A$$

Maka:

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A \tag{2.3}$$

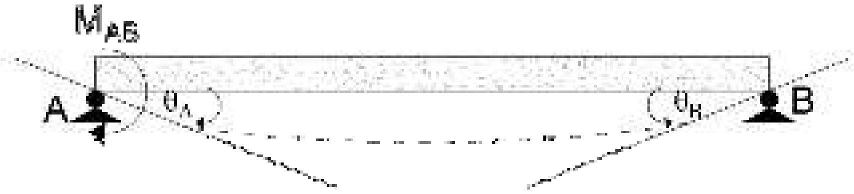
Jika $\theta_A = 1 \rightarrow \quad M_{AB} = \frac{4EI}{L}$ artinya untuk memutar (rotasi) di A sebesar 1 rad diperlukan momen M_{AB} sebesar $\frac{4EI}{L}$.

Yang mana $\frac{4EI}{L} = K_{AB}$ atau kekakuan (stiffness), sehingga :

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A = K_{AB}\,\theta_A \tag{2.4}$$

b. Sendi – Roll

Perhatikan Gambar 3 Balok AB (sendi-roll) di bawah ini:



Gambar 2.3.

Apabila A diberikan momen M_{AB} maka di A akan terjadi putaran sudut (rotasi) sebesar θ_A, sehingga didapat persamaan:

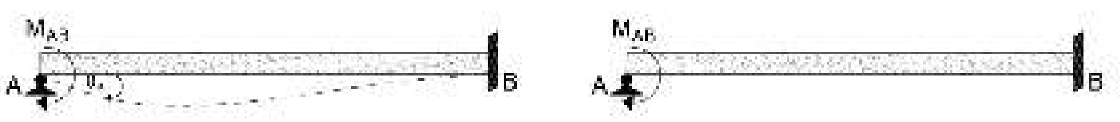
$$M_{AB} = \frac{3EI}{L}\,\theta_A \tag{2.5}$$

jika $\theta_A = 1$ $\longrightarrow$ $M_{AB} = \frac{3EI}{L}$ artinya untuk memutar (rotasi) di A sebesar 1 rad diperlukan momen MAB sebesar $\frac{3EI}{L}$. Yang mana 3EI/L = K_{AB} atau kekakuan, sehingga:

$$M_{AB} = \frac{3EI}{L}\,\theta_A = K_{AB}\,\theta_A \tag{2.6}$$

2.2.3 Faktor Induksi (*carry over factor*)

Balok AB seperti ditunjukkan oleh Gambar berikut:



(a) (b)

Gambar 2.4.
(Sumber: E. Sutarman Analisa Struktur)

Gambar 2.4 (a):

Di A diberi momen sebesar M_{AB} maka B menerima induksi dari M_{AB} sebesar $^1/_2$ M_{AB}, nilai $^1/_2$ tersebut merupakan faktor induksi.

Gambar 2.5 (b):

Di A diberi momen sebesar M_{AB} sedangkan B tidak menerima induksi dari M_{AB}, atau faktor induksinya bernilai nol.

2.2.4 Faktor Distribusi

Angka distribusi dapat didefenisikan sebagai hasil bagi dari kekauan suatu batang terhadap jumlah kekakuan batang-batang lainnya pada titik buhul yang bersangkutan.

Jika sebuah momen M, bekerja pada suatu titik kumpul, maka semua batang yang berkumpul pada titik tersebut akan memberikan sumbangan momen yang diperlukan untuk memenuhi kesetimbangan dititik tersebut. Besarnya sumbangan momen dari tiap batang tersebut ditentukan oleh faktor distribusi (DF). Nilai faktor distribusi sangat ditentukan oleh besarnya nilai kekauan tiap batang, dan besarnya dapat dihitung dengan menggunakan persamaan :

Gambar 2.5.

Pada batang AB terjadi rotasi sebesar θ_A akibat pengaruh M_{AB}.

Pada batang AC terjadi rotasi sebesar θ_A akibat pengaruh M_{AC}.

Pada batang AD terjadi rotasi sebesar θ_A akibat pengaruh M_{AD}.

Jadi keseimbangan titik simpul A adalah

$$M_O = M_{AB} + M_{AC} + M_{AD} \quad (2.7)$$

Jika K_{AB}, K_{AC}, dan K_{AD} merupakan faktor kekakuan masing – masing batang AB, AC, dan AD, maka :

$M_{AB} = K_{AB}\,\theta_A$; $M_{AC} = K_{AC}\,\theta_A$; $M_{AD} = K_{AD}\,\theta_A$

Jadi :

$$M_O = (KAB + KAC + KAD)\,\theta_A \qquad (2.8)$$

$$M_O = \sum K_A \theta_A$$

$$\theta_A = \frac{M_O}{\sum K_A}$$

Dengan demikian akan diperoleh :

$$M_{AB} = \frac{K_{AB}}{\sum K_A}\,M_O$$

$$M_{AC} = \frac{K_{AC}}{\sum K_A}\,M_O$$

$$M_{AD} = \frac{K_{AD}}{\sum K_A}\,M_O$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa :

1. Faktor Distribusi (FD) perbandingan kekakuan batang (K) dengan kekakuan batang total di titik simpul $(\sum K)$.
   $FD = \frac{K}{\sum K}$
2. Momen Distribusi (MD) adalah hasil perkalian faktor distribusi (FD) dengan momen primer (MO)
   $MD = M_O \cdot FD$

2.2.5 Momen Primer

NO	Pembebanan	Momen Primer

1		$M_{AB} = \frac{qL^2}{12}$ $M_{BA} = - M_{AB}$
2		$M_{AB} = \frac{11\,q\,L^2}{192}$ $M_{BA} = - \frac{5\,q\,L^2}{192}$
3		$M_{AB} = \frac{qa^2}{6L}\,(3L - 2A)$ $M_{BA} = - M_{AB}$
4		$M_{AB} = \frac{qaL\alpha}{12}\,(3\alpha^2 - 8\alpha + 6)$ $M_{BA} = - \frac{qaL\alpha^2}{12}\,(4 - \alpha)$
5		$M_{AB} = \frac{qb}{24L}\,(3L^2 - b^2)$ $M_{BA} = - M_{AB}$
6		$M_{AB} = (q/L^2)\,[1/2L^2(a_2^3 - a_1^3) - 2/3(a_2^3 - a_1^3) + 1/4\,(a_2^4 - a_1^4)]$ $M_{BA} = (q/L^2)\,[1/3L(a_2^3 - a_1^3) - 2/3(a_2^4 - a_1^4)]$
7		$M_{AB} = \frac{qL^2}{20}$ $M_{BA} = - \frac{qL^2}{30}$
8		$M_{AB} = \frac{qa^2}{60L^2}(3a^2 - 10bL)$ $M_{BA} = - \frac{qa^3}{60L^2}(5L - 3a)$

9		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qa^2}{60L^2}(10L^2 - 15aL + 8a^2)$ $\mathrm{M_{BA}} = -\frac{qa^3}{60L^2}(5L - 4a)$
10		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qa}{96L}(5L^2 + 4aL - 4a^2)$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
11		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{5qL^2}{96}$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
12		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qL^2}{32}$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
13		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qa^2}{24L}\ (2L - a)$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
14		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qa^2}{12L}\ (4L - a)$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
15		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{qa^2}{12L}\ [(1 - \alpha^2(2 - \alpha)]$ $\mathrm{M_{BA}} = -\mathrm{M_{AB}}$
16		$\mathrm{M_{AB}} = \frac{L^2}{60}\ (3q_1 + 2q_2)$ $\mathrm{M_{AB}} = -\frac{L^2}{60}\ (32 + 3q_2)$

17		$M_{AB} = \frac{qL^2}{30}\ (1+\beta+\beta^2 - 1{,}5\ \beta^3\ )$ $M_{AB} = \frac{qL^2}{30}\ (1+\alpha+\alpha^2 - 1{,}5\ \alpha^3\ )$
18		$M_{AB} = \frac{qL^2}{15}$ $M_{BA} = -\ M_{AB}$
19		$M_{AB} = \frac{qL^2}{20}$ $M_{AB} = -\ \frac{qL^2}{15}$
20		$M_{AB} = \frac{PL}{8}$ $M_{BA} = -\ M_{AB}$
21		$M_{AB} = \frac{Pab^2}{L^2}$ $M_{AB} = -\ \frac{Pba^2}{L^2}$
22		$M_{AB} = \frac{Fa}{L}\ (L-a)$ $M_{BA} = -\ M_{AB}$
23		$M_{BA} = \frac{Pl}{12n}\ (n^2+0{,}5)$ $M_{AB} = M_{BA}$
24		$M_{AB} = \frac{Mb}{L}\ (3\beta-2)$ $M_{BA} = \frac{Ma}{L}\ (3\alpha-2)$ α = a/L ; β = b/L

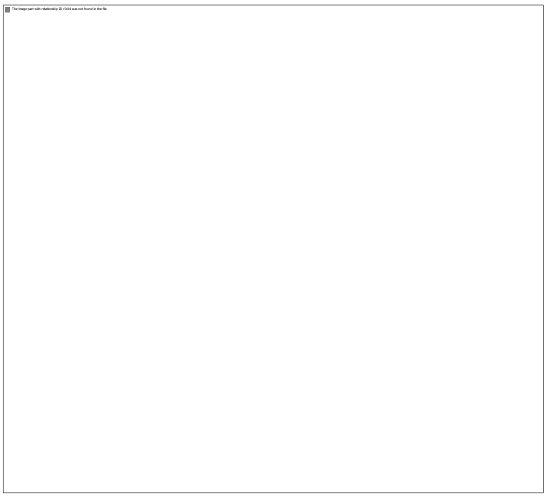
2.2.6 Penerapan Metode Distribusi Momen (Cross) Pada Portal Tidak Bergoyang dan Portal Bergoyang

Dalam analisis struktur, jenis portal dijadikan dua jenis, yaitu :

a. Portal Tidak Bergoyang

Portal yang tidak bergoyang ialah portal yang :

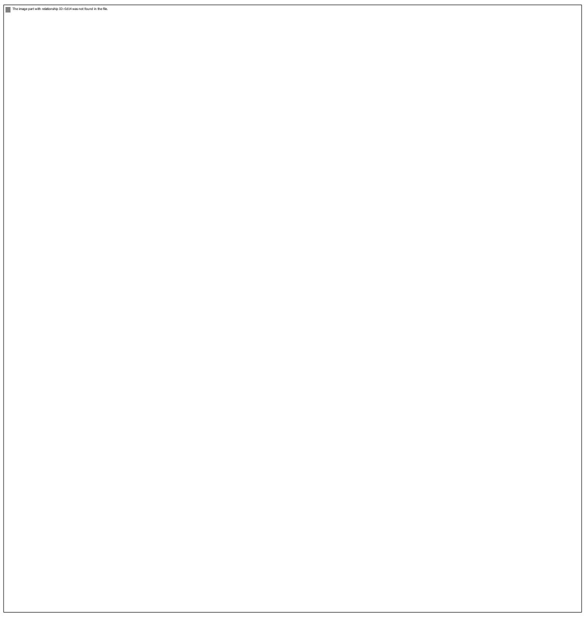
1. Bentuk portal dan bebannya simetri.
2. Portal yang ditahan goyangannya, misalnya ditahan oleh: perletakan fondasi di lereng bukit, portal yang diberi batang diagonal.



Gambar 2.6. Bentuk Portal dan Beban Simetri

Gambar 2.7. Portal Tidak Bergoyang Fondasi Dilereng Bukit

b. Portal Bergoyang



Gambar 2.8. Portal Bergoyang

Dalam portal berikut, beban luar P akan menimbulkan momen internal yang tidak sama besar, sehingga menimbulkan perpindahan.yang mengakibatkan pergoyangan.

2.3. Analisis Struktur Metode Matriks Kekakuan

2.3.1. Pengertian Metode Matriks Kekakuan

Dalam metode matriks kekakuan, beberapa hal perlu diketahui sebelum analisis struktur dilakukan. Hubungan antara tegangan dan deformasi ini umumnya dinyatakan dalam arah sumbu batang, yang biasa dikenal sebagai sumbu lokal. Dalam metode matriks kekakuan, hubungan ini dinyatakan pada titik-titik pada ujung batang yang ditinjau. Hubungan antara tegangan atau gaya internal batang dengan deformasi menunjukkan kekakuan suatu batang tertentu.

Deformasi atau perpindahan pada ujung-ujung batang yang bertemu pada suatu titik simpul tertentu harus sepadan (*compatible*) dengan perpindahan pada titik simpul tersebut. Perpindahan titik-titik simpul suatu struktur biasanya diukur pada suatu salib sumbu Cartesius sebagai suatu koordinat global struktur. Untuk memenuhi prinsip kesepadanan ini maka diperlukan suatu transformasi dari sumbu lokal batang ke sumbu global struktur. Untuk memenuhi prinsip kesepadanan ini maka diperlukan suatu transformasi dari sumbu lokal batang ke sumbu global struktur, agar semua pengukuran perpindahan dan gaya dilakukan pada suatu sistem koordinat global tertentu.

Besarnya perpindahan titik simpul yang terjadi tergantung dari kekakuan struktur tersebut. Semakin kaku suatu struktur semakin kecil perpindahan yang terjadi.

Dalam menentukan matriks kekauan, perlu kita ketahui matriks kekakuan yang merupakan fungsi transfer yang menghubungkan gaya dan perpindahan. Sebagai pendahuluan, kita akan menotasikan matriks kekakuan dalam $[k]$, matriks gaya $[f]$ dan matriks perpindahan $[d]$, dimana hubungan antara matriks kekauan, matriks gaya dan matriks perpindahan dinyatakan dalam persamaan

$$[f] = [k] = [d]$$

Sedangkan untuk struktur global,

$$[F] = [K]\ [d]$$

dimana [K] adalah matriks kekakuan global, dan [F] adalah matriks gaya.

2.3.2. Derajat Kebebasan

Karena analisis struktur dengan metode matriks kekakuan didasarkan pada perpindahan, maka derajat merupakan hal yang harus didasarkan pada perpindahan, maka derajat kebebasan merupakan hal yang harus diketahui terlebih dahulu sebelum memulai perhitungan. Jumlah derajat kebebasan menentukan ukuran matriks kekakuan dan jumlah persamaan linier yang harus diselesaikan. Derajat kebebasan atau dikenal juga sebagai derajat ketidaktahuan kinematik adalah jumlah perpindahan titik kumpul yang tidak tergantung (*independent joint displacements*). Jumlah derajat kebebasan (perpindahan yang tak tergantung) akan menentukan ukuran matriks dan vector yang terlibat dalam suatu persamaan linier simultan.

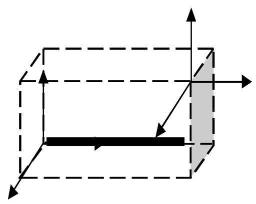
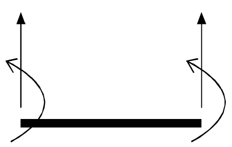
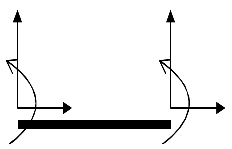
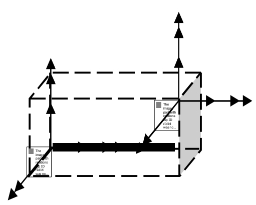
Tabel 2.1. Derajat Kebebasan

Struktur	**Derajat kebebasan per titik kumpul**	**Translasi**			**Rotasi**		
		U_x	U_y	U_z	$U_{\theta x}$	$U_{\theta y}$	$U_{\theta z}$
Rangka bidang	2	ada	ada	-	-	-	-
Rangka bidang	3	ada	ada	ada	-	-	-
Portal bidang	3	ada	ada	-	-	-	ada
Portal ruang	6	ada	ada	ada	ada	ada	ada
Grid	3	-	ada	-	ada	-	ada

ket ; U = perpindahan

U_θ = rotasi

Tabel 2.17 Derajat Kebebasan Berbagai Jenis Struktur

Jenis Struktur	**Komponen Perpindahan**	***Degree of Freedom*** **Setiap nodal**
Plane Truss (2D)		**2**
Space Truss (3D)		**3**
Balok (aksial diabaikan)		**2**
Plane Frame (2D)		**3**
Space Frame (3D)		**6**

Sumber : Christian R.H. Tambunan. Komparasi Kolom Miring Pada Struktur

2.3.3. Rumus pada Matriks Kekakuan

Rumus yang digunakan dalam skripsi ini adalah rumus pada 2 dimensi, dimana tumpuan yang digunakan adalah jepit.

$$[T]_m = \begin{vmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$[S]_m = \begin{vmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12\,EI}{L^3} & \frac{6\,EI}{L^2} & 0 & -\frac{12\,EI}{L^3} & \frac{6\,EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6\,EI}{L^2} & \frac{4\,EI}{L} & 0 & -\frac{6\,EI}{L^2} & \frac{2\,EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12\,EI}{L^3} & -\frac{6\,EI}{L^2} & 0 & \frac{12\,EI}{L^3} & -\frac{6\,EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6\,EI}{L^2} & \frac{2\,EI}{L} & 0 & -\frac{6\,EI}{L^2} & \frac{4\,EI}{L} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} c & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$
[T]^{T}{}_{m} = \begin{vmatrix} s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}
$$

$[k]m = [T]^T_m\,[S]_m\,[T]_m$

Bentuk dari matriks kekauan elemen alternatif lain.

$$[k]_m \quad \begin{array}{c|cccccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
1 & \frac{EA}{L}\cos^2\theta + \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & -\frac{6EI}{L^2}\sin\theta & -\frac{EA}{L}\cos^2\theta - \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & -\frac{6EI}{L^2}\sin\theta \\
2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & \frac{EA}{L}\sin^2\theta + \frac{12EI}{L^3}\cos^2\theta & \frac{6EI}{L^2}\cos\theta & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & -\frac{EA}{L}\cos^2\theta - \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & \frac{6EI}{L^2}\cos\theta \\
3 & -\frac{6EI}{L^2}\sin\theta & \frac{6EI}{L^2}\cos\theta & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\sin\theta & -\frac{6EI}{L^2}\cos\theta & \frac{2EI}{L} \\
4 & -\frac{EA}{L}\cos^2\theta - \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & \frac{6EI}{L^2}\sin\theta & \frac{EA}{L}\cos^2\theta + \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & \frac{6EI}{L^2}\sin\theta \\
5 & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & -\frac{EA}{L}\cos^2\theta - \frac{12EI}{L^3}\sin^2\theta & -\frac{6EI}{L^2}\sin\theta & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)\sin\theta\cos\theta & \frac{EA}{L}\sin^2\theta + \frac{12EI}{L^3}\cos^2\theta & -\frac{6EI}{L^2}\cos\theta \\
6 & -\frac{6EI}{L^2}\sin\theta & \frac{6EI}{L^2}\cos\theta & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\sin\theta & -\frac{6EI}{L^2}\cos\theta & \frac{4EI}{L}
\end{array}$$

Sumber: Amrinsyah Nasution. Metode Matriks Kekakuan Analisis Struktur.

Unsur elemen [k]m merupakan unsur elemen matriks kekakuan struktur $[K]_s$

$$[Kg] = \begin{vmatrix} K11 & K12 & K13 & K14 & \cdots & K1n \\ K21 & K22 & K23 & K24 & \cdots & K2n \\ K31 & K32 & K33 & K34 & \cdots & K3n \\ K41 & K42 & K43 & K44 & \cdots & K4n \\ K51 & K52 & K53 & K54 & \cdots & K5n \\ Kn1 & Kn2 & Kn3 & Kn4 & \cdots & Knn \end{vmatrix}$$

Sumber. Amrinsyah Nasution. Metode Matriks Kekakuan Analisa Struktur.

Menghitung perpindahan

$\{U\} = [K]^{-1} \{F\}$

Menghitung perpindahan dalam arah lokal

d, local = $[T] \{U\}_m$

Menghitung reaksi perletakan

$\{F\} = [Kg] \{U\}$

Menghitung Gaya dalam

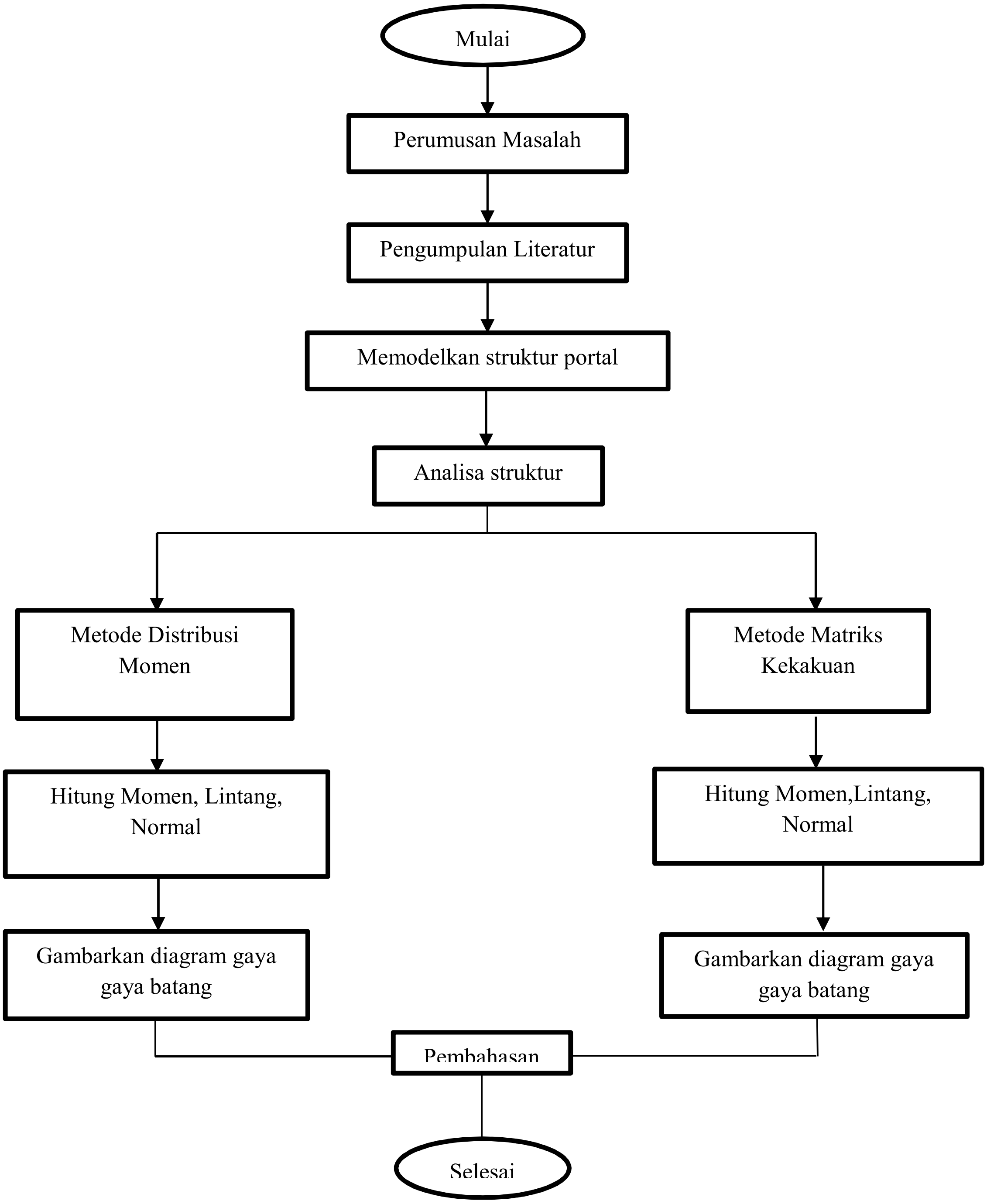
$\{F\} = [S]_m \, d,local - [f_{beban}]$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Diagram Alir Penelitian

Dalam tugas akhir ini diperlukan diagram alir (flow chart) untuk mempermudah evaluasi perkembangan tugas akhir. Secara garis besar, pengerjaan tugas akhir ini dapat dijelaskan dalam diagram alir berikut :



3.2. Pendahuluan

Tugas akhir ini dibuat dengan tujuan untuk membandingkan langkah – langkah maupun prosedur penggunaan, serta perbandingan perhitungan metode cross dengan metode matriks kekakuan. Metode dalam tugas akhir ini dilakukan dengan mengumpulkan data-data dengan studi literatur, baik itu dari buku, maupun jurnal-jurnal untuk memecahkan masalah serta mendapat solusi untuk maksud dan tujuan yang tepat.

3.3. Prosedur Analisa Struktur

3.3.1. Metode Distribusi Momen (Cross)

Tahapan-tahapan perhitungan dalam analisis struktur dengan metode distribusi momen dapat diuraikan secara detail, sebagai berikut :

a. Tetapkan model struktur. Perhatikan data-data seperti jumlah kekakuan (nEI) jarak dan jenis beban kerja pada soal gelagar ataupun portal yang akan dihitung.
b. Berikan penomoran pada titik kumpul, atau tandai dengan huruf besar A,B,C dan seterusnya.
c. Buat data beban dan data kekakuan, jarak maupun tinggi balok dan kolom yang ditinjau per freebody.
d. Tinjau dan buka Freebody per Freebody konstruksi berdasarkan titik kumpul yang ada.
e. Tentukan momen primer atau momen yang bekerja per freebody setiap batang.
f. Tentukan momen inersia kelembaman pada setiap batang.
g. Menghitung angka kekakuan pada setiap batang.
h. Menghitung faktor distribusi pada tiap-tiap titik simpul.
i. Membuat tabel distribusi momen, dan melakukan pendistribusian momen.
j. Menghitung reaksi-reaksi perletakan pada tiap-tiap tumpuan.

k. Menghitung besaran nilai momen, lintang, dan normal
l. Menggambarkan bidang momen, lintang dan normal.

3.3.2. Metode Matriks Kekakuan

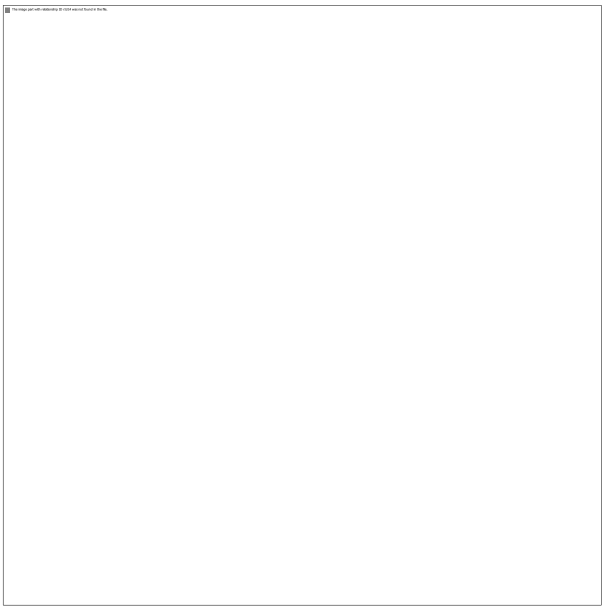
Tahapan-tahapan perhitungan dalam analisis struktur dengan metode matriks kekakuan dapat diuraikan secara detail, sebagai berikut :

a. Tetapkan model struktur dan tentukan arah tinjauan analisa struktur berdasarkan penomoran dari titik simpul dan elemen struktur model.
b. Menentukan derajat kebebasan struktur dan memberikan penomoran derajat kebebasan lokal elemen.
c. Menghitung besaran-besaran setiap elemen yang terdiri dari, mengitung inersia, menghitung modulus elastisitas.
d. Menentukan matriks kekakuan elemen lokal sesuai dengan jumlah derajat kebebasan dari setiap elemen batang.
e. Menentukan sudut sudut elemen batang dan membuat matriks transformasi.
f. Setelah matriks transformasi dibentuk lalu ditranspose.
g. Matriks kekakuan lokal dikali dengan matris transformasi lalu dikalikan dengan matriks transformasi yang telah di transpose terbentukla matriks koordinat global.
h. Matriks koordinat global pada tiap elemen dibagi 4 bagian untuk dimasukkan kedalam persamaan tiap joint.
i. Bentuk dari matriks kekakuan global sesuai dengan jumlah derajat kebebasan pada model struktur.
j. Persamaan tiap titik simpul dibentuk, lalu disusun kedalam tabel.
k. Tabel yang telah disusun dibentuk kedalam matriks sehingga menghasilkan matriks kekakuan global total.
l. Tentukan vektor gaya nodal berdasarkan beban dan gaya yang terjadi pada struktur.

m. Reduksi matriks kekakuan global total dimana bagian yang dihilangkan hanya pada tumpuan. Karena pada tumpuan tidak terjadi deformasi.
n. Martriks deformasi didapat dari invers reduksi matriks kekakuan global total dikalikan dengan gaya.
o. Nilai gaya pada tiap batang ditentukan dari matriks kekakuan global total dikalikan dengan deformasi yang terjadi pada struktur.
p. Kontrol keseimbangan dimana jumlah dari seluruh nilai baik itu vertikal maupun horizontal harus sama dengan nol.
q. Tentukan matriks deformasi lokal dengan mengalikan matriks deformasi dan matriks transformasi pada masing-masing elemen.
r. Nilai momen, gaya lintang dan gaya normal didapat dengan mengalikan matriks deformasi lokal dan matriks kekakuan lokal pada masing-masing elemen.

3.4 Gambar Model Struktur

Pada tugas akhir ini membahas struktur portal melintang dengan model seperti gambar model dibawah.



Gambar 3.1 Denah

Gambar 3.2. Portal Melintang